

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่องความสามารถในการรู้ค่าจำนวน 1-9 และการบวกจำนวนนับที่มีผลบวกไม่เกิน 9 ของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ โดยวิธีสอนแบบ CSA ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องนำเสนอเป็นลำดับ ดังนี้

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้
 - 1.1 ความหมายของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้
 - 1.2 ลักษณะของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้
 - 1.3 ปัญหาของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์
 - 1.4 การประเมินและการคัดแยกความบกพร่องทางการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์
 - 1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้
2. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-3
 - 2.1 ความสำคัญ
 - 2.2 คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 3
 - 2.3 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 2.4 มาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-3
3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายและความสำคัญของคณิตศาสตร์
 - 3.2 หลักการสอนคณิตศาสตร์
 - 3.3 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการเรียนคณิตศาสตร์
 - 3.4 ความหมายการรู้ค่าจำนวน
 - 3.5 ความหมายการบวกจำนวนนับ
 - 3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์
4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับวิธีสอนแบบ CSA
 - 4.1 ความหมายและรูปแบบวิธีสอนแบบ CSA
 - 4.2 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับวิธีสอนแบบ CSA
 - 4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีสอนแบบ CSA

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้

1. ความหมายของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้

นักการศึกษาและสถาบันการศึกษาได้ให้ความหมายของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ไว้ดังนี้

1.1 ฐาณิชญาณี เพ็งพรหม (2555: 14) ได้ให้ความหมายนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ หมายถึง เด็กที่มีระดับสติปัญญาปกติและไม่มี ความบกพร่องด้านอื่น แต่เด็กมีความบกพร่องทางจิตวิทยา ทำให้มีปัญหาในการอ่าน การเขียน การพูด การฟัง การสะกดคำ และการคิดคำนวณ

1.2 นิยม นานซำ (2555: 12) ได้ให้ความหมายของเด็กที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ หมายถึง เด็กที่มีความบกพร่องของกระบวนการพื้นฐานทางจิตวิทยา ทำให้มีปัญหาในด้านภาษาทั้งการฟัง การพูด การอ่าน การเขียน และการคิดคำนวณ

1.3 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2554: 1) ได้ให้ความหมายความบกพร่องทางการเรียนรู้ (Learning Disabilities: LD) หรือแอลดี หมายถึง ความบกพร่องอย่างใดอย่างหนึ่งหรือมากกว่าหนึ่งอย่าง ทางกระบวนการพื้นฐานทางจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจหรือการใช้ภาษา การพูด การเขียน การสะกดคำหรือการคิดคำนวณ

1.4 กุลยา ก่อสุวรรณ (2553: 33) ได้ให้นิยามของภาวะแอลดีว่า ภาวะบกพร่องทางการเรียนรู้ หรือที่เรียกว่า Specific Learning Disabilities หมายถึง ความผิดปกติของกระบวนการทางจิตวิทยาพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจ การใช้ภาษา การพูด หรือการเขียนหรือการคิดคำนวณหาคำตอบทางคณิตศาสตร์

1.5 พัทธี จิวพัฒนกุล (2549: 1) ได้ให้ความหมายเด็กที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ หมายถึง เด็กที่มีความบกพร่องเกี่ยวกับกระบวนการทางจิตวิทยา ซึ่งทำให้เด็กมีปัญหาการเรียนในด้านของการอ่าน การเขียน การฟัง การคิดหรือการคำนวณ

1.6 ผดุง อารยะวิญญู (2546: 1) ได้ให้ความหมายเด็กที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ หมายถึง ความผิดปกติของกระบวนการทางจิตวิทยาอันเป็นพื้นฐานเบื้องต้นตั้งแต่หนึ่งด้านขึ้นไป ซึ่งเกี่ยวข้องโดยตรงกับการเข้าใจและการใช้ภาษาอันจะทำให้เกิดความบกพร่องทางการฟัง การพูด การอ่าน การคิด การเขียน และทางด้านคณิตศาสตร์

1.7 ศรียา นิยมธรรม (2546: 3) ได้ให้ความหมายของเด็กที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ (Learning Disabilities Children) หมายถึง เด็กที่มีความผิดปกติอย่างใดอย่างหนึ่งหรือมีหลายอย่างของกระบวนการพื้นฐานทางจิตวิทยาการเรียนรู้ที่เกี่ยวกับความเข้าใจ การใช้ภาษาพูด หรือภาษาเขียน ซึ่งความผิดปกตินี้ อาจเห็นในลักษณะของการมีปัญหาในการรับฟัง การคิด การพูด การอ่าน การเขียน การสะกดคำ หรือการคิดคำนวณ ตลอดจนการรับรู้ว่าเป็นผลมาจากความผิดปกติทางสมอง แต่ไม่รวมถึงเด็กที่มีปัญหาในการเรียน อันเนื่องมาจากการมองเห็น ปัญญาอ่อน การไม่ได้ยิน การเคลื่อนไหวไม่ปกติ เนื่องจากร่างกายพิการ มีอารมณ์แปรปรวนหรือด้อยโอกาสทางการศึกษา

1.8 คັນสนีย์ ฉัตรคุปต์ (2544) ได้ให้ความหมายของเด็กที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ว่าหมายถึง เด็กที่ไม่สามารถจะบรรลุผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้ง ๆ ที่มีศักยภาพ แต่ความบกพร่องนั้นไม่ได้เกิดจากสาเหตุทางร่างกาย เช่น ปัญหาทางการได้ยิน เด็กกลุ่มนี้จะมีกระบวนการเรียนรู้ที่บกพร่องจะมีความยากลำบากในการอ่าน การเขียน การคิดคำนวณ การพูด การสื่อสาร การใช้ภาษาและการใช้กล้ามเนื้อ

1.9 คณะกรรมการร่วมแห่งชาติว่าด้วยความบกพร่องทางการเรียนรู้ (National Joint Committee on Learning Disabilities: NJCLD, 2009) ได้ให้คำจำกัดความว่า ความบกพร่องทางการเรียนรู้ หมายถึง ความบกพร่องที่มีลักษณะหลายรูปแบบ ซึ่งแสดงออกให้เห็นอย่างชัดเจนถึงความยากลำบากในการเข้าใจและการใช้ทักษะในการฟัง พูด อ่าน เขียน การให้เหตุผลและทักษะทางคณิตศาสตร์ โดยสันนิษฐานว่าอาจเกี่ยวข้องกับความผิดปกติของระบบประสาทส่วนกลางและหากเกิดกับบุคคลใดแล้วอาจคงอยู่ตลอดชีวิตของบุคคลนั้น โดยบุคคลที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้อาจแสดงออกถึงปัญหาทางพฤติกรรม

จากความหมายดังกล่าวสรุปได้ว่า นักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ หมายถึงนักเรียนที่มีร่างกายภายนอกปกติแต่เกิดความผิดปกติทางกระบวนการทางจิตวิทยามีผลทำให้เกิดความบกพร่องทางการเรียนรู้ มีผลทำให้นักเรียนเกิดปัญหาความยุ่งยากในการเรียนรู้ด้านใดด้านหนึ่งหรือหลายด้าน คือ การพูด การฟัง การอ่าน การเขียน การคิดคำนวณและอาจแสดงออกถึงปัญหาพฤติกรรม อารมณ์ และสังคม

2. ลักษณะของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้

2.1 วินัดดา ปิยะศิลป์ (2554) ได้กล่าวถึงลักษณะสำคัญของความบกพร่องด้านการเรียนว่าลักษณะความบกพร่อง แบ่งออกได้ 3 กลุ่มหลัก ดังนี้

2.1.1 ความบกพร่องในการอ่านหนังสือ (Reading Disorder) พบได้บ่อยที่สุด โดยที่เด็กอ่านหนังสือไม่ได้เลยหรืออ่านหนังสือได้ในระดับที่ต่ำกว่าในวัยเดียวกัน 2 ชั้นปี มีลักษณะดังนี้

- 1) มีความยากลำบากในการอ่าน
- 2) อ่านช้า อ่านคำต่อคำ ต้องสะกดคำ จึงจะอ่านออกเสียงได้
- 3) สะกดคำไม่คล่อง อ่านตะกุกตะกัก
- 4) อ่านออกเสียงไม่ชัดเจน
- 5) อ่านข้ามคำยาก หรือคำที่อ่านไม่ออก อ่านข้ามบรรทัด
- 6) อ่านไม่เน้นคำ
- 7) อ่านช้า อ่านผิด โดยอาจใช้การเดา หรือแทนที่คำอ่านไม่ออกด้วยคำอื่น
- 8) จำสระไม่ได้ ผันคำไม่ได้ สับสนด้วยแม่สะกดแม่ต่าง ๆ ผันเสียงวรรณยุกต์ไม่ได้
- 9) จำคำไม่ได้ จำการผสมคำได้ช้า
- 10) ประเด็นสำคัญการอ่านได้น้อยหรือไม่ได้ ไม่เข้าใจเรื่องที่อ่าน
- 11) แสดงอาการหงุดหงิด กังวล ไม่สบายใจระหว่างที่อ่าน
- 12) อิดออดหรือไม่พยายามอ่านหนังสือที่มีเนื้อหามาก ๆ

2.1.2 ความบกพร่องในการเขียนหนังสือ (Disorder of Written Expression) เขียนหนังสือไม่ได้ หรือผิดพลาดมากในระดับที่ต่ำกว่าเด็กอื่นในวัยเดียวกัน 2 ชั้นปี ลักษณะความบกพร่องมีดังนี้

- 1) เขียนพยัญชนะผิด สะกดคำผิดบ่อย
- 2) เขียนหนังสือกลับด้านหรือเขียนพยัญชนะสลับด้าน เช่น เขียนสลับกันระหว่าง ถ-ภ ผ-พ ค-ด น-ม
- 3) สื่อความหมายผ่านการเขียนได้ไม่ดี สะกดผิด แม้รู้ว่าต้องการเขียนอะไร เช่น สำร่าณ (สำราญ) จาไปโรยเรื่อง (จะไปโรงเรียน)
- 4) เรียงลำดับอักษรผิด เช่น เพลงไทย เป็น พลเงไท
- 5) เขียนกลับหัว เขียนวนหัวของพยัญชนะหลายรอบ
- 6) เขียนประโยคไม่ได้ ใช้หลักไวยากรณ์ผิด
- 7) การแบ่งวรรคผิดพลาด เช่น สา - มา - รถไป - สพา - นคา - ยได้ (สามารถ ไปสะพานควายได้)
- 8) เขียนหนังสือแล้วอ่านไม่รู้เรื่อง เช่น นรณยชนตช
- 9) เขียนพยัญชนะได้แต่อ่านไม่รู้เรื่อง แต่ลอกตัวหนังสือตามได้
- 10) เขียนตามคำบอกได้ โดยบอกพยัญชนะและสระให้ แต่เขียนเองไม่ได้
- 11) เขียนหนังสือช้าเพราะกลัวสะกดผิด
- 12) เขียนไม่ตรงบรรทัด ขนาดตัวอักษรไม่เท่ากัน ตัวหนังสือเอียง ไม่เว้นขอบ ไม่เว้นช่อง เขียนไม่เป็นระเบียบ เขียนลายมืออ่านยาก
- 13) เขียนประโยคสั้นง่าย ไม่มีรายละเอียด
- 14) ชอบผิดผ่อน หลีกเลี่ยงการเขียนรายงานส่ง ไม่จดงานเวลาอยู่ในห้องเรียน

2.1.3 ความบกพร่องในการคำนวณ (Mathematics Disorder) ลักษณะคิดเลขไม่ได้หรือทำได้ในระดับที่ต่ำกว่าเด็กอื่นในวัยเดียวกัน 2 ชั้นปี ดังนี้

- 1) สับสนในหลักการคิดเลข ไม่เข้าใจในขั้นตอนการคิดคำนวณ
- 2) ไม่เข้าใจลำดับตัวเลข นับตัวเลข 1-20 กลับไปมาไม่ได้
- 3) ไม่เข้าใจค่าประจำหลักของตัวเลข เช่น หลักหน่วย หลักสิบ หลักร้อย หลักพัน
- 4) ทำงานเกี่ยวกับตัวเลขได้ช้า มีความอดทนเกี่ยวกับตัวเลขต่ำ
- 5) ไม่เข้าใจสัญลักษณ์และความหมายของการบวก ลบ คูณ หาร
- 6) เขียนตัวเลขกลับกัน เช่น 35 เขียนเป็น 53
- 7) ไม่เข้าใจตัวเลขกับเวลา เชื่อมโยงไม่ได้ สอนยาก
- 8) ไม่เข้าใจการทอนเงิน
- 9) ผิดผ่อนหรือหลีกเลี่ยงการบ้านวิชาคำนวณ

2.2 ศูนย์เผยแพร่ข้อมูลแห่งชาติเกี่ยวกับเด็กที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ (NDCCD, 2005 อ้างถึงใน ผดุง อารยะวิญญู, 2553) ได้ระบุถึงลักษณะของเด็กที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ ดังนี้

2.2.1 มีปัญหาในการเรียนรู้เกี่ยวกับตัวอักษรความสัมพันธ์ระหว่างเสียงสระ พยัญชนะ กับรูปสระ รูปวรรณยุกต์

2.2.2 อ่านออกเสียงผิด อ่านซ้ำไปมา อ่านตะกุกตะกัก

2.2.3 ไม่เข้าใจเรื่องที่อ่าน

2.2.4 สะกดคำไม่ได้ สะกดไม่ถูกต้อง

2.2.5 ลายมืออ่านยาก ตัวเล็กตัวโตสลับกัน เขียนแล้วลบ

2.2.6 เขียนระบายความรู้สึกรู้สึกนึกคิดไม่ได้

2.2.7 รู้ความหมายของคำไม่มากนัก

2.2.8 มีพัฒนาการทางภาษาล่าช้ากว่าวัย

2.2.9 ฟังคำที่มีเสียงคล้าย ๆ กัน แล้วจำแนกเสียงไม่ได้

2.2.10 ปฏิบัติตามคำสั่งไม่ถูกต้อง

2.2.11 อ่านคำที่มีตัวอักษรคล้าย ๆ กันผิด

2.2.12 ใช้คำไม่ตรงกับความหมายที่แท้จริง

2.2.13 สับสนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

2.2.14 เล่าเรื่องตามลำดับเหตุการณ์ไม่ได้

2.2.15 ทำเลขโจทย์ปัญหาไม่ได้

2.3 ผดุง อารยะวิญญู (2547: 2) กล่าวถึงลักษณะโดยรวมของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ไว้ดังนี้

2.3.1 ปัญหาความคิดและความจำ

- 1) มีความสนใจสั้น
- 2) มีความจำสั้น
- 3) การเคลื่อนไหวช้า
- 4) ขาดกระบวนการคิด
- 5) แก้ไขปัญหาไม่เป็น
- 6) การรับรู้ไม่ดี

2.3.2 ปัญหาในการเรียน

- 1) ทักษะการอ่านเบื้องต้น
- 2) ทักษะการฟัง
- 3) ทักษะการพูด
- 4) ทักษะการเขียน
- 5) ทักษะการอ่านเพื่อความเข้าใจ
- 6) ทักษะทางคณิตศาสตร์เบื้องต้น
- 7) การใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.3.3 ปัญหาทางอารมณ์และสังคม

- 1) อยู่นิ่งเฉยไม่ค่อยได้
- 2) อารมณ์ไม่คงที่
- 3) เสียสมาธิง่าย
- 4) ขาดทักษะทางสังคม
- 5) ขาดแรงจูงใจ
- 6) ขาดความเชื่อมั่นในตนเอง

จากนักการศึกษากล่าวสรุปได้ว่า นักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ มีลักษณะความบกพร่องทางด้านความคิด ความจำ มีความสนใจและมีความจำสั้น ความบกพร่องทางการเรียนในการอ่าน ที่อ่านไม่ได้หรืออ่านได้ไม่คล่อง มีพัฒนาการภาษาล่าช้ากว่าวัย การเขียนที่เขียนแล้วอ่านไม่รู้เรื่อง ลายมืออ่านยาก ม้วนหัวหลายรอบ เขียนไม่ตรงบรรทัดและการคิดคำนวณที่ไม่สามารถบวก ลบ คูณ หาร ไม่เข้าใจสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ไม่เข้าใจค่าตัวเลข สับสนเรื่องทิศ เรื่องเวลา ทำเลข โจทย์ปัญหาไม่ได้

3. ปัญหาของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์

นักการศึกษา สถาบันการศึกษา และนักวิจัยหลายท่าน ได้ให้ข้อมูลลักษณะของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ไว้ดังนี้

3.1 Garnett (1992 อ้างถึงใน ผดุง อารยะวิญญู, 2553: 11) ได้สรุปถึงปัญหาของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์ในหลายลักษณะ ดังนี้

- 3.1.1 ไม่เข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
- 3.1.2 ไม่สามารถนับเลขได้
- 3.1.3 เขียนตัวเลขไม่ถูกต้อง
- 3.1.4 ไม่เข้าใจภาษาทางคณิตศาสตร์
- 3.1.5 ไม่เข้าใจความหมายของจำนวน
- 3.1.6 ไม่สามารถคิดเลขและคำนวณ
- 3.1.7 ไม่สามารถนำทักษะทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน
- 3.1.8 ไม่เข้าใจโจทย์คณิตศาสตร์
- 3.1.9 ไม่สามารถทำตามขั้นตอนการคูณ การหารได้ โดยเฉพาะตัวเลขหลายหลัก
- 3.1.10 การคำนวณเลขจากซ้ายไปขวา แทนที่จะทำจากขวาไปซ้าย
- 3.1.11 ไม่เข้าใจเรื่องเวลา สอนเรื่องเวลาได้ยาก

3.2 เบญจมาพร ปัญญา (2549: 7) กล่าวถึงปัญหาด้านการคำนวณและเหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กที่มีปัญหาทางการเรียนรู้ว่า

- 3.2.1 ไม่เข้าใจค่าตัวเลข (Concept of Number) ได้แก่ หลักสิบ หลักร้อย หลักพัน
- 3.2.2 นับเลขไปข้างหน้าหรือนับย้อนหลังไม่ได้
- 3.2.3 คำนวณ $+$, $-$, \times , \div ด้วยการนับนิ้ว
- 3.2.4 จำสูตรคูณไม่ได้

- 3.2.5 เขียนเลขกลับกัน 13 เป็น 31
- 3.2.6 เลขลบอาจทำผิด โดยเอาตัวเลขจำนวนน้อยลบออกจากรวม เช่น $25-7 = 22$ เด็กเอา 5 ลบออกจาก 7 แทน เพราะคิดว่า 5 เป็นตัวแทนของ 7
- 3.2.7 ยุ่งยากกับการตีโจทย์ปัญหาหรืออ่านตัวเลขหายไป
- 3.2.8 บางคนใช้วิธีท่องจำและหาคำตอบได้ แต่เมื่อให้แก้โจทย์ปัญหาที่ใช้ในชีวิตประจำวันกลับทำไม่ได้ เช่น ไม่สามารถแลกหรือทอนเงินได้
- 3.2.9 ไม่สามารถทำตามขั้นตอนการคูณ การหารได้ โดยเฉพาะตัวเลขหลายหลัก
- 3.2.10 การคำนวณเลขจากซ้ายไปขวา แทนที่จะทำจากขวาไปซ้าย
- 3.2.11 ไม่เข้าใจเรื่องเวลา สอนเรื่องเวลาได้ยาก

3.3 Geary (2004 อ้างถึงใน ผดุง อารยะวิญญู, 2549: 12) ได้ให้ความหมายว่า เด็กที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ อาจมีปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์นอกเหนือจากปัญหาในการนับเลข (จำนวน) เด็กที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ ยังมีปัญหาสำคัญในการทำเลขโจทย์ปัญหา ทั้งนี้อาจเป็นเพราะเด็กเหล่านี้ มีปัญหาในการอ่าน ทำให้อ่านโจทย์เลขไม่เข้าใจ จึงทำให้ ทำเลขไม่ได้ด้วย สำหรับความยากลำบากในการเรียนคณิตศาสตร์ อาจเนื่องมาจากประเด็นที่ว่า คณิตศาสตร์เป็นนามธรรม และมีความสลับซับซ้อนอยู่ในเนื้อหาวิชาในตัวเอง เด็กที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ที่มีปัญหาในการเรียนและการแปลผลข้อมูลอยู่แล้ว จึงทำให้ผู้เรียนไม่สามารถเข้าถึงแนวความคิดรวบยอดที่ซับซ้อนทางคณิตศาสตร์ได้

3.4 ผดุง อารยะวิญญู (2546: 93-95) กล่าวว่าความบกพร่องทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ ทำให้มีปัญหาดังนี้

- 3.4.1 ความจำระยะสั้น
 - เด็กอาจมีปัญหาเกี่ยวกับความจำระยะสั้น (Short Term Memory) ซึ่งเด็กแสดงว่ายุ่งยากลำบากในเรื่องต่อไปนี้
 - 1) จำคำสั่งไม่ได้ โดยเฉพาะคำสั่งที่มีมากกว่า 1 ชั้น และเรียกกันไว้อย่างเป็นระบบ
 - 2) ทำเลขโจทย์ปัญหาไม่ได้
 - 3) มีหน่วยความจำจำกัด ทำให้ข้อมูลล้นจากสมอง จำข้อมูลไม่ได้
- 3.4.2 ความจำระยะยาว
 - เด็กอาจมีปัญหาเกี่ยวกับความจำระยะยาว (Long Term Memory)
 - 1) จำกิจวัตรประจำวันไม่ได้ว่าจะต้องทำอะไรก่อน - หลัง
 - 2) เชื่อมโยงประเด็นทางคณิตศาสตร์ไม่ได้
 - 3) ทำตารางไม่ได้
 - 4) ท่องสูตรคูณไม่ได้
- 3.4.3 ทิศทาง
 - เด็กอาจมีความสับสนเกี่ยวกับทิศทาง (Direction) บางคนอาจมีปัญหา ดังนี้
 - 1) คำนวนสลับขั้นไม่เป็นไปตามลำดับขั้นตอน
 - 2) เขียนตัวเลขกลับหลัง
 - 3) สับสน ซ้าย - ขวา

- 4) สับสน หากต้องมีกิจกรรมหมุนเวียน
- 5) นับเลขย้อนกลับ เช่น 3 2 1 แทนที่จะเป็น 1 2 3

3.4.4 การรับรู้ทางสายตา

เด็กอาจมีปัญหาในการรับรู้ทางสายตา ซึ่งอาจแสดงพฤติกรรม ดังนี้

- 1) สับสนเกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
 - 1.1) + กับ ×
 - 1.2) - กับ ÷
 - 1.3) ≤ กับ ≥
 - 1.4) ตัวเลข 6 กับ 9
 - 1.5) ตัวเลข 5 กับ 3 เป็นต้น
- 2) สับสนเกี่ยวกับรูปทรงทางคณิตศาสตร์ เช่น ○ กับ △

3.4.5 การจัดลำดับ

เด็กอาจมีปัญหาในการจัดลำดับ เช่น

- 1) บอกวันที่ผิด ไม่เรียงลำดับ
- 2) บอกเดือนผิด ไม่เรียงลำดับ
- 3) จัดสิ่งของไม่เป็นหมวดหมู่
- 4) จัดสิ่งของเรียงตามลำดับไม่เป็น

3.4.6 ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมิติ

เด็กอาจมีปัญหาเกี่ยวกับมิติ (Space) ซึ่งเป็นช่องว่างหรือระยะทางระหว่าง

วัตถุ เช่น

- 1) ขาดความตระหนักเกี่ยวกับสถานที่
- 2) มีปัญหาในการลอกสิ่งที่ครูเขียนบนกระดาน ลงสู่สมุดของตน
- 3) บอกหรือคาดคะเนระยะทางไม่ได้
- 4) ไม่เข้าใจเกี่ยวกับภาพ 2 มิติ 3 มิติ

3.4.7 ภาษาคณิตศาสตร์

เด็กอาจมีปัญหาในการทำ ความเข้าใจกับภาษาคณิตศาสตร์ (Mathematics Language) ซึ่งอาจได้แก่

- 1) ไม่เข้าใจคำว่า อันละ สองเท่า มากกว่า น้อยกว่า ผลรวม ฯลฯ
- 2) อ่านโจทย์ปัญหาไม่เข้าใจ เพราะมีความรู้ทางภาษาจำกัด ไม่เข้าใจโจทย์ว่าโจทย์ต้องการอะไร

เป็นต้น

3.4.8 โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เด็กอาจทำโจทย์ปัญหาไม่ได้ ซึ่งอาจมีความลำบาก ดังนี้

- 1) ตีความหมายของโจทย์ปัญหาไม่ได้ จึงไม่สามารถกำหนดวิธีทำได้

- 2) ไม่ทราบขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา
- 3) ไม่สามารถรวบรวมแนวคิดอย่างเป็นระบบได้
- 4) วาดภาพประกอบแนวคิดไม่ได้

3.4.9 ปัญหาการเคลื่อนไหว

เด็กอาจมีปัญหาในการเคลื่อนไหว (Motor) โดยเฉพาะอย่างยิ่งการเคลื่อนไหวมือในการลากเส้น หรือจับสิ่งของต่าง ๆ เช่น

- 1) หยิบจับเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ดี
- 2) ลอกรูปทรงไม่ถูกต้อง
- 3) ลากเส้นไม่ตรง
- 4) เขียนตัวเลขไม่ตรงบรรทัด
- 5) วาดภาพไดอะแกรมประกอบแนวคิดไม่ได้

3.5 ศรียา นิยมธรรม (2546: 121-122) กล่าวถึงพฤติกรรมที่ก่อให้เกิดปัญหาการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์ ได้แก่

- 3.5.1 สับสนระหว่างตัวเลขบางตัว เช่น 6 – 9, 2 – 5
- 3.5.2 มีปัญหาในการอ่านเลขหลายตัว เช่น 17 – 71, 263 – 236
- 3.5.3 แยกความแตกต่างของขนาดและรูปทรงไม่ได้
- 3.5.4 นับเลขไม่ได้ บางคนนับย้อนหลังไม่ได้
- 3.5.5 ไม่เข้าใจความหมายของตัวเลข ความเป็นจริงและความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
- 3.5.6 ลืมขั้นตอนของการคิดคำนวณ เช่น นับผิด ทดผิด ผิดหลัก ทำผิดวิธี
- 3.5.7 เล่นเล่อ
- 3.5.8 เลิกกลางคัน มักทำงานไม่เสร็จ หรือทำการบ้านหายบ่อย ๆ
- 3.5.9 โยงความสัมพันธ์ของตัวเลขและสัญลักษณ์ไม่ค่อยได้
- 3.5.10 สับสนเรื่องพื้นที่ สูตรต่าง ๆ
- 3.5.11 ความยากลำบากกับโจทย์ปัญหา

จากการศึกษา สรุปได้ว่านักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์จะมีปัญหาในการนับ การไม่เข้าใจความหมายของค่าจำนวน ไม่สามารถหาผลบวกของการบวก การลบ การคูณ การหาร ไม่เข้าใจเรื่องเวลา ไม่เข้าใจขั้นตอนการคิดคำนวณ ไม่เข้าใจภาษาคณิตศาสตร์ ตลอดจนมีปัญหาไม่เข้าใจสัญลักษณ์และโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. การประเมินและการคัดแยกความบกพร่องทางการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์

การวัดและประเมินผล (Assessment) หมายถึงกระบวนการเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถของเด็ก โดยข้อมูลที่ได้จากการวัดและประเมินผล ต้องมีความแม่นยำ ความเที่ยงตรง และความน่าเชื่อถือ (Witt et al., 1998: 7 อ้างถึงใน สิริลักษณ์ โปรงสันเทียะ, 2550) ในการจัดการศึกษาทั่วไป การวัดและประเมินผลเป็นกลไกสำคัญที่ทำให้ทราบถึงระดับความสามารถหรือสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนของนักเรียนในทางการศึกษาพิเศษ

4.1 ผดุง อารยะวิญญู (2547: 15) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้มีหลายวิธี วิธีที่สำคัญมี 2 วิธี คือการประเมินแบบอิงเกณฑ์กับแบบอิงกลุ่ม ซึ่งส่วนมากเป็นการทดสอบอย่างเป็นทางการ (Formal Testing) ครูอาจใช้แบบทดสอบที่ไม่เป็นทางการ (Informal Testing) ก็ได้ ซึ่งเป็นแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเองตามเนื้อหาที่ครูต้องการวัดส่วนเกณฑ์ในการตัดสิน ครูเป็นผู้กำหนดเองตามดุลยพินิจของครู แล้วจึงนำคะแนนมาเปรียบเทียบกับระดับชั้น นักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์มักจะมีทักษะ ความสามารถต่ำกว่าชั้นที่เรียนประมาณ 2 ปี

4.2 ผดุง อารยะวิญญู (2546: 8-9) ได้กล่าวว่า การคัดแยกนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ กระทำได้ 2 ลักษณะ โดยสรุปดังนี้

4.2.1 การประเมินอย่างเป็นทางการ (Formal Assessment) เป็นการคัดแยกเด็กโดยใช้รูปแบบทดสอบมาตรฐาน ที่มีค่าเที่ยงตรง ความเชื่อมั่นที่เชื่อถือได้ และมีเกณฑ์สำหรับใช้ในการเปรียบเทียบเพื่อการตัดสิน ในการคัดแยกเด็กแอลดี มักมีการประเมิน 2 ลักษณะ คือ

1) การวัดระดับความสามารถเด็กในด้านสติปัญญา สำหรับแบบทดสอบที่นำมาใช้ควรใช้แบบทดสอบที่ไม่มีการทดสอบทางภาษา (Nonverbal Test) เช่น Color Progressive Matrices

2) การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบทดสอบที่นิยมใช้มาก คือ Wide Range Achievement Test เป็นการทดสอบที่ใช้คะแนนจากผลสัมฤทธิ์เปรียบเทียบกับระดับสติปัญญาของเด็ก หากพบว่าเด็กมีสติปัญญาสูง แต่ผลการเรียนต่ำ แสดงว่าเด็กมีปัญหาบางประการ โดยทั่วไปเด็กที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ จะมีผลการเรียนต่ำกว่าชั้นที่เรียนประมาณ 2 ปี แต่อย่างไรก็ตามผู้เกี่ยวข้องควรพิจารณาองค์ประกอบอื่นด้วย

4.2.2 การประเมินอย่างไม่เป็นทางการ (Informal Assessment) เป็นการทดสอบโดยครูสร้างแบบทดสอบขึ้นเองหรือใช้ข้อสอบทดสอบเด็กเป็นรายบุคคล รวมการสังเกตพฤติกรรมและการสอบถามจากผู้ปกครอง ผู้ที่เกี่ยวข้อง เพื่อให้ได้ข้อมูลมากที่สุด ในการยุติว่าเด็กมีปัญหาการเรียนในลักษณะใด ขาดทักษะใดบ้าง

4.3 ศรียา นิยมธรรม (2541: 247) ได้กล่าวว่า เด็กคนใดมีปัญหาทางการเรียนรู้นั้นเป็นเรื่องไม่อาจทำได้ง่าย ๆ ต้องการอาศัยหลักฐานการทดสอบ และการประมวลผลงานของเด็กมาประกอบการทดสอบที่จำเป็น ได้แก่ การทดสอบทางสติปัญญา การทดสอบเกี่ยวกับกระบวนการเบื้องต้นทางจิตวิทยา เช่น การทดสอบสายตา การได้ยิน การเคลื่อนไหว กระบวนการทางภาษา โดยใช้แบบทดสอบชนิดอิงเกณฑ์หรืออิงกลุ่ม

สำหรับการคัดแยก หมายถึง กระบวนการที่กำหนดได้นักเรียนคนใดจากนักเรียนทั้งหมดต้องการการประเมินเพิ่มเติม ทางด้านการศึกษา จิตวิทยาหรือทางการแพทย์ (Witt et al., 1998: 18 อ้างถึงใน สิริลักษณ์ โปรงสันเทียะ, 2550) หรือพิจารณาว่าใครอยู่ในภาวะมีความเสี่ยงหรือเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้ (ศรียา นิยมธรรม, 2541: 2) การประเมินทำได้โดยครู โดยใช้รูปแบบสำรวจ หรือแบบสังเกตพฤติกรรม ที่มีขั้นตอนการดำเนินการไม่ซับซ้อนและสามารถนำข้อมูลดังกล่าวไปใช้ในการช่วยเหลือต่อไป

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการคัดแยกนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ด้วยการทดสอบอย่างเป็นทางการ คือแบบทดสอบสำรวจปัญหาในการเรียนรู้เฉพาะด้านของผดุง อารยะวิญญู (2548) และใช้รูปแบบประเมินความสามารถทางเชาว์ปัญญา เด็กอายุ 2-15 ปี (กรมสุขภาพจิต กระทรวงสาธารณสุข, 2546)

จากที่ได้กล่าวในข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การประเมินและการคัดแยกนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้เป็นการประเมินผลและการคัดแยกนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ ซึ่งเป็นกระบวนการเก็บรวบรวมข้อมูลที่มีความเที่ยงตรง มีมาตรฐานเชื่อถือได้ โดยการประเมินและการคัดแยกมี 2 วิธีหลัก คือการประเมินเป็นทางการและการประเมินอย่างไม่เป็นทางการและการคัดแยกหาความบกพร่องทางด้านคณิตศาสตร์ ไม่ควรมีภาษาเข้ามาเกี่ยวข้องเพื่อให้ได้ข้อยุติว่า นักเรียนมีปัญหาการเรียนด้านใด อันนำไปสู่การจัดการเรียนสำหรับนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์ได้ดี โดยการประเมินและการคัดแยกเพื่อการวิจัย และในการวิจัยครั้งนี้ ใช้แบบประเมินอย่างเป็นทางการ เนื่องจากมีมาตรฐานที่มีค่าเที่ยงตรง เชื่อถือได้

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้

5.1 งานวิจัยในประเทศ

5.1.1 ฐาณิชญาณ เพ็งพรหม (2555: 95) ได้ศึกษาการพัฒนาผลสัมฤทธิ์การเขียนสะกดคำ ที่มีตัวสะกดไม่ตรงมาตราของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบ 4 MAT ร่วมกับแบบฝึกการเขียนสะกดคำ พบว่านักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ด้านการเขียนสะกดคำมีผลสัมฤทธิ์การเขียนสะกดคำที่มีตัวสะกดแม่กดไม่ตรงมาตราหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5.1.2 นิยม นานซ้า (2555: 105) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการอ่านคำศัพท์ พื้นฐานของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ โดยใช้ STEPER Model พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ STEPER Model มีความสามารถในการอ่านคำศัพท์พื้นฐานหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ STEPER Model สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5.1.3 ผดุง อารยะวิญญู (2549: 2-3) ได้สร้างเครื่องมือในการคัดแยกเด็กที่มีปัญหาในการเรียนรู้ อายุระหว่าง 6-12 ปี เป็นเครื่องมือมาตรฐานพร้อมทั้งหาเกณฑ์ (Norms) สำหรับเด็กทั่วประเทศ เพื่อใช้เป็นเกณฑ์เปรียบเทียบและตัดสินใจในการคัดแยกเด็กที่มีปัญหาในการเรียนรู้ลักษณะของเครื่องมือเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า สำรวจปัญหาในการเรียนของเด็ก 5 ด้านใหญ่ ๆ คือภาษา คณิตศาสตร์ เวลาและทิศทาง การเคลื่อนไหว พฤติกรรม และสำรวจปัญหาในการเรียน 25 ด้านย่อย ๆ คือ คำศัพท์ การฟังคำสั่ง การอ่าน การเขียน การนับ การเข้าใจ การกระโดด การทรงตัว การใช้นิ้วมือ การเคลื่อนไหวที่ผิดปกติ ความร่วมมือ ความสนใจ ความเป็นระเบียบ การปรับตัว การยอมรับ และความรับผิดชอบ คำถามมี 50 ข้อ โดยครูประจำชั้นเป็นผู้ประเมินเด็ก ข้อจำกัดของเครื่องมือนี้คือ ผู้ประเมินต้องเป็นผู้รู้จักเด็กเป็นอย่างดีและไม่ลำเอียง

5.1.4 ศรียา นิยมธรรม (2537: 43-44) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสร้างแบบคัดแยกเด็กที่มีปัญหาในการเรียนรู้ โดยศึกษาเด็กอายุ 4-6 ½ ปี จำนวน 1,500 คน จากทั่วประเทศ ทำการทดสอบเพื่อคัดแยกและพิจารณาว่าเด็กอยู่ในภาวะ“เสี่ยง”หรือไม่มีปัญหาในการเรียนรู้ โดยดัดแปลงเครื่องมือคัดแยกของแมคคาร์ธี (Mc Carthy Screening Test) ทดสอบเด็กเป็นรายบุคคลและมีเนื้อหาในการทดสอบ 6 หมวด คือ ซ้าย-ขวา การจำคำ การวาดรูปทรง การจำตัวเลข การจัดหมวดหมู่และการใช้ขา ผลการวิจัยทำให้ได้แบบคัดแยกเด็กที่มีปัญหาในการเรียนรู้ สำหรับใช้คัดแยกเด็กปฐมวัยที่มีอายุอยู่ในระหว่าง 4-6 ½ ปี เครื่องมือนี้มีความเชื่อมั่น 0.63-0.85 มีค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา เชิงโครงสร้าง จำแนกและความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์การใช้นิ้วมือ การเคลื่อนไหวที่ผิดปกติ ความร่วมมือ ความสนใจ ความเป็นระเบียบ การปรับตัว การยอมรับ ความรับผิดชอบ คำถามมี 50 ข้อ โดยครูประจำชั้นเป็นผู้ประเมินเด็ก ข้อจำกัดของเครื่องมือนี้คือ ผู้ประเมินต้องเป็นผู้รู้จักเด็กเป็นอย่างดีและไม่ลำเอียง

จากงานวิจัยดังกล่าวสรุปได้ว่า นักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ จำเป็นต้องได้รับการคัดแยก โดยใช้แบบคัดแยกที่มีมาตรฐาน มีความเที่ยงตรง เชื่อถือได้ เพื่อการวางแผนการช่วยเหลือ ให้ได้รับการพัฒนาทางการศึกษาที่เหมาะสมกับความต้องการ โดยการใช้กลวิธีต่าง ๆ ในการจัดการเรียนรู้

5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Jones, Wilson and Bhojwani (1997: 151-163 อ้างถึงใน วิภา อาสุยา, 2548) ได้ทำการศึกษาการสอนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีปัญหาทางการเรียนรู้ระดับมัธยมศึกษา โดยศึกษาปัจจัยที่คาดว่า จะมีผลต่อประสิทธิภาพการสอน ได้แก่ 1) ความสามารถดั้งเดิม (Prior Achievement) 2) การรับรู้ความสามารถต่อตนเองของนักเรียน 3) เนื้อหาการสอน 4) การจัดการสอน 5) ความพยายามในการประเมินและปรับการสอนของผู้สอน และ 6) ความเชื่อเกี่ยวกับธรรมชาติการสอนที่มีประสิทธิภาพของผู้สอน สรุปได้ว่า ผู้สอนต้องใช้เวลายาวนานในการสอนทักษะทางคณิตศาสตร์ระดับง่ายให้กับนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ระดับมัธยมศึกษา และนักเรียนมักได้รับความล้มเหลวในการเรียนบ่อยครั้ง นักเรียนไม่มีแรงจูงใจในการสร้างความพยายามเพื่อทำงานที่มีความซับซ้อนหรือทำงานได้ โดยอิสระ หลังจากทีนักเรียนจบการศึกษาไป พบว่านักเรียนมีความสามารถเกี่ยวกับความรู้เบื้องต้นเท่านั้น มีนักเรียนจำนวนน้อยที่สามารถนำความรู้ในระดับการนำไปใช้และทักษะการแก้ปัญหาที่จำเป็นไปประยุกต์ใช้ได้อย่างอิสระ และการศึกษาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ระดับมัธยมศึกษาขึ้นอยู่กับ การได้รับการศึกษาคณิตศาสตร์ที่ดีในระดับประถมศึกษา

จากความหมายดังกล่าวสรุปได้ว่า นักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ จำเป็นต้องได้รับการคัดแยก โดยการใช้เครื่องมือในการคัดแยกที่มีมาตรฐานเที่ยงตรง เชื่อถือได้ เพื่อทำการช่วยเหลือ ให้สามารถพัฒนาการเรียนรู้ได้ ประกอบการวางแผนการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพต่าง ๆ รวมถึงการปรับเวลา การปรับเนื้อหา การปรับเทคนิคการสอนของครู ให้เหมาะสมกับความต้องการของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-3

กระทรวงศึกษาธิการ (2551: 1-4) ได้จัดทำหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ความสำคัญ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

2. คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 3

2.1 มีความรู้ความเข้าใจและความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับไม่เกินหนึ่งแสนและ ศูนย์ และการดำเนินการของจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหาร พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนักปริมาตร ความจุ เวลาและเงิน สามารถวัดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสมและนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

2.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม รูปวงรี ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกลม ทรงกระบอก รวมทั้งจุด ส่วนของเส้นตรง รังสีและมุม มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูป และอธิบายความสัมพันธ์ได้ รวบรวมข้อมูลและจำแนกข้อมูลเกี่ยวกับตนเองและสิ่งแวดล้อมใกล้ตัวที่พบเห็นในชีวิตประจำวันและอภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพและแผนภูมิแท่งได้

2.3 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผล ได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3. สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้

3.1 จำนวนและการดำเนินการ: ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

3.2 การวัด: ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงิน และเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วน ตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

3.3 เรขาคณิต: รูปเรขาคณิต และสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนิกภาพแบบจำลองทรงเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Trans Formation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

3.4 พีชคณิต: แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ฟังก์ชัน เซต และการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรม เลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

3.5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น: การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูลค่ากลางและการกระจายข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

3.6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

4. มาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-3

4.1 สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

4.1.1 มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

4.1.2 มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และความสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

4.1.3 มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

4.1.4 มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

4.2 สาระที่ 2 การวัด

4.2.1 มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

4.2.2 มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

4.3 สาระที่ 3 เรขาคณิต

4.3.1 มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

4.3.2 มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหา

4.4 สารที่ 4 พีชคณิต

4.4.1 มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

4.4.2 มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

4.5 สารที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

4.5.1 มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

4.5.2 มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

4.5.3 มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็น ช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

4.6 สารที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

4.6.1 มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ในงานวิจัยนี้ ศึกษาตามมาตรฐาน ค1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง มาตรฐานตามสาระการเรียนรู้แกนกลางเรื่องการใช้จำนวนบอกปริมาณที่ได้จากการนับและมาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และความสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา ตามสาระเรียนรู้แกนกลางเรื่องความหมายของการบวกและการใช้เครื่องหมายบวก

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

1. ความหมายและความสำคัญของคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของคณิตศาสตร์

1.1.1 สุวรร กาญจนมยุร (2554: 34) ให้ความหมายว่าคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์การคิด และเป็นเครื่องมือสำคัญต่อการพัฒนาศักยภาพของสมองในด้านทักษะ กระบวนการคิด

1.1.2 มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2539: 5) ได้ให้ความหมายว่าคณิตศาสตร์เป็นคำแปลมาจาก Mathematical หมายถึง สิ่งที่เราเรียนรู้หรือความรู้ศาสตร์แห่งการคำนวณและการวัด การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นภาษาสากลเพื่อทำความเข้าใจได้

1.1.3 ดวงเดือน อ่อนน่วม (2537: 8) กล่าวไว้ว่า คำว่าคณิตศาสตร์ มาจากคำว่า คณิต (การนับ หรือคำนวณ) และศาสตร์ (ความรู้หรือการศึกษา) นำมารวมกันมีความหมายว่าการศึกษาเกี่ยวกับการคิดคำนวณ หรือวิชาที่เกี่ยวกับการคิดคำนวณ มีการให้เหตุผลที่ชัดเจนสามารถพิสูจน์ได้

1.1.4 คณิตศาสตร์ (Mathematics) ตามพจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2525 (2535) ได้ให้ความหมายไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยการคำนวณ

จากความหมายของคณิตศาสตร์ที่กล่าวในข้างต้น สรุปได้ว่าคณิตศาสตร์หมายถึง วิชาที่เป็นกระบวนการคิด มีเหตุผล สามารถพิสูจน์ได้ชัดเจนและเป็นเครื่องมือในการพัฒนาศักยภาพที่เกี่ยวกับการคิดคำนวณ มีสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นภาษาสากล สามารถเข้าใจได้ตรงกัน

1.2 ความสำคัญของคณิตศาสตร์

1.2.1 ยูพิน พิพิธกุล (2546: 42) กล่าวว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างหนึ่ง คณิตศาสตร์มิได้หมายถึงเพียงตัวเลข สัญลักษณ์เท่านั้นแต่คณิตศาสตร์มีความหมายกว้างมาก โดยสรุปได้ดังนี้

1) คณิตศาสตร์เกี่ยวกับการคิด มนุษย์ใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่คิดนั้นเป็นจริงหรือไม่ ด้วยวิธีการคิดก็สามารถจะนำวิชาคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาในทางวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและอุตสาหกรรมต่าง ๆ คณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานแห่งความเจริญในด้านต่าง ๆ

2) คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง คณิตศาสตร์มีภาษาเฉพาะตัวของมันเป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุมและสื่อความหมายถูกต้อง เป็นภาษาที่มีตัวอักษร ตัวเลข สัญลักษณ์แทนความคิด เช่น $x + 4 = 7$ เมื่อเขียนสมการนี้ ทุกคนที่เคยเรียนวิชาคณิตศาสตร์จะเข้าใจความหมายที่ตรงกัน วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฝึกใช้สมอง การคำนวณจะช่วยแก้ปัญหาต่าง ๆ

3) คณิตศาสตร์เป็นโครงสร้างที่มีเหตุผล จะเห็นได้ว่าคณิตศาสตร์นั้นเริ่มต้นด้วยเรื่องง่าย ๆ และอธิบายข้อคิดต่าง ๆ ที่สำคัญ ซึ่งเริ่มต้นด้วย อนิยาม จุด เส้นตรง ระนาบ เรื่องอันเป็นพื้นฐานเหล่านี้ก็จะนำไปสู่เรื่องอื่นต่อไป

4) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีแบบแผน การคิดในวิชาคณิตศาสตร์นั้นจะต้องคิดอยู่ในแบบแผนและมีรูปแบบ ไม่ว่าเรื่องใดก็ตาม ทุกขั้นตอนจะตอบได้และจำแนกออกมาให้เห็นจริงได้

5) คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง เช่นเดียวกับศิลปะอื่น ๆ ความงามของคณิตศาสตร์ก็คือ ความมีระเบียบและความกลมกลืน นักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความคิด มีความคิดสร้างสรรค์ จินตนาการ ความคิดริเริ่มที่จะแสดงความคิดใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมา

1.2.2 ชมนาต เชื้อสุวรรณทวี (2542: 3) กล่าวไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาเกี่ยวกับความคิดทำให้เกิดความคิดเป็นกระบวนการเป็นรากฐานที่จะพิสูจน์เรื่องต่อไปและสามารถนำวิชาคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาในวิทยาการสาขาอื่น ช่วยสร้างสรรค์จิตใจของมนุษย์ ฝึกให้คิดอย่างมีระเบียบแบบแผน

1.2.3 วรณี โสมประยูร (2541: 15) กล่าวไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สำคัญ จำเป็นอย่างยิ่งสำหรับทุกคน เพราะช่วยพัฒนาความคิดของเด็ก ให้เป็นคนคิดอย่างมีเหตุผล มีระเบียบ มีความละเอียดถี่ถ้วนรอบคอบรวมทั้งมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และสามารถแก้ปัญหาให้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ความเจริญก้าวหน้าในวิทยาการต่าง ๆ ทั้งทางด้านเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมกรรมแพทย์ และอื่นๆ ที่ต้องอาศัยคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้ทั้งสิ้น นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือที่จำเป็นในการดำรงชีวิตประจำวันของเด็กทั้งหลายอย่าง เช่น การซื้อขาย การใช้เวลาเล่น การเดินทางและอื่น ๆ

จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ สรุปได้ว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง เพราะช่วยพัฒนาความคิดของเด็กให้มีระเบียบ มีแบบแผน มีเหตุผล มีความละเอียดรอบคอบ สามารถคิดวิเคราะห์แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันและเชื่อมโยงเป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาอื่น นอกจากนี้ยังเป็นเครื่องมือที่จำเป็นในการดำรงชีวิต

2. หลักการสอนคณิตศาสตร์

2.1 อัมพร ม้าคะนอง (2546: 8) กล่าวว่าหลักการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญคือ สอนโดยใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายนามธรรม การใช้สื่อรูปธรรม (Manipulative) และนวัตกรรม (Innovation) ทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อผู้เรียนจะได้พัฒนาโน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.2 ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ (2542: 1) ได้กล่าวว่าคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม (Abstract) การเรียนการสอนโดยใช้สัญลักษณ์เพียงอย่างเดียว จะทำให้เข้าใจยาก ควรจะให้ผู้เรียนได้เริ่มเรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรม (Concrete) ก่อน และการเลือกใช้วิธีสอนคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับเนื้อหาและกลุ่มผู้เรียนเป็นเรื่องสำคัญยิ่ง ไม่มีวิธีสอนใดที่ดีที่สุดแต่เนื้อหาอาจเหมาะสมกับวิธีการที่แตกต่างกันออกไป แม้แต่เนื้อหาเดียวกันก็อาจต้องใช้วิธีสอนได้หลายวิธี ขึ้นอยู่กับลักษณะของผู้เรียน และอาจต้องใช้วิธีการสอนหลายอย่างร่วมกัน ใช้อุปกรณ์การสอน สื่อการเรียนการสอนที่ช่วยทำให้ผู้เรียนเห็นเป็นรูปธรรมเพื่อช่วยทำให้เกิดการเข้าใจในบทเรียนได้ง่ายและชัดเจนมากขึ้น

2.3 ยุพิน พิพิธกุล (2539: 49-50) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

- 2.3.1 สอนจากง่ายไปหายาก
- 2.3.2 สอนจากรูปธรรมสู่นามธรรม
- 2.3.3 เปลี่ยนวิธีการสอนไม่ซ้ำซาก
- 2.3.4 นำเข้าสู่บทเรียนให้เร้าใจ
- 2.3.5 สอนให้สัมพันธ์ความคิด รวบรวมเรื่องเดียวกันเป็นหมวดหมู่
- 2.3.6 ควรคำนึงถึงประสบการณ์เดิม กิจกรรมใหม่ควรต่อเนื่องกับกิจกรรมเดิม
- 2.3.7 สอนให้ผ่านประสาทสัมผัสบ่อย ๆ อย่าพูดเฉย ๆ
- 2.3.8 เรื่องที่สัมพันธ์กันควรสอนไปพร้อม ๆ กัน
- 2.3.9 ให้ผู้เรียนเห็นโครงสร้างไม่ใช่เนื้อหา
- 2.3.10 ไม่ควรเป็นเรื่องยากเกินไป
- 2.3.11 ให้ผู้เรียนสามารถสรุปได้ด้วยตนเอง
- 2.3.12 ให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติ
- 2.3.13 ผู้สอนควรมีอารมณ์ขัน
- 2.3.14 ผู้สอนต้องกระตือรือร้น และตื่นตัวอยู่เสมอ
- 2.3.15 ผู้สอนต้องควรรหาความรู้อยู่เสมอ

2.4 ดวงเดือน อ่อนน่วม (2537: 85) ได้เสนอหลักการสอนคณิตศาสตร์ที่จะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดแนวคิดได้ดีคือ การจัดประสบการณ์การเรียนรู้ 3 แบบ ประสบการณ์รูปธรรม ประสบการณ์กึ่งรูปธรรม และประสบการณ์นามธรรม

2.4.1 ประสบการณ์ผู้เรียนที่เป็นรูปธรรม คือ การจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้มีโอกาสกระทำกับวัตถุต่าง ๆ นักเรียนได้เรียนรู้ใช้สื่อจากของจริง

2.4.2 ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นกึ่งรูปธรรม เป็นการจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้รับสิ่งเร้าทางสายตา สังเกตหรือคุณภาพของวัตถุควบคู่ไปกับสัญลักษณ์

2.4.3 ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นนามธรรม เป็นการจัดประสบการณ์ที่นักเรียนได้รับโดยใช้สัญลักษณ์อย่างเดียว ไม่ต้องกระทำกับวัตถุหรือภาพ

2.5 บุญทัน อยู่ชมบุญ (2530: 24–25) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

2.5.1 สอนโดยคำนึงถึงความพร้อมของนักเรียน คือ พร้อมในทางกาย อารมณ์สติปัญญา และพร้อมในแง่ของความรู้พื้นฐานที่จะมาต่อเนื่องกับความรู้ใหม่

2.5.2 การจัดกิจกรรมการสอนให้เหมาะสมกับวัย ความต้องการ ความสนใจ และความสามารถของนักเรียน

2.5.3 ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่ครูจำเป็นต้องคำนึงถึงให้มากกว่าวิชาอื่น ๆ ในแง่ความสามารถทางสติปัญญา

2.5.4 ควรเตรียมความพร้อมทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคลเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้

2.5.5 การสอนในระยะแรกเริ่มจะต้องเป็นประสบการณ์ที่ง่าย ไม่ซับซ้อน

2.5.6 การสอนแต่ละครั้ง มีจุดประสงค์แน่นอน

2.5.7 เวลาที่สอนแต่ละครั้ง ไม่ควรนานเกิน

2.5.8 การจัดกิจกรรมการสอนควรจัดให้ยืดหยุ่น ให้โอกาสเด็กได้เลือกทำกิจกรรมได้

2.5.9 เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมวางแผนกับครู

2.5.10 การสอนคณิตศาสตร์ควรให้เด็กสรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ด้วยตนเอง

2.5.11 สร้างบรรยากาศในชั้นเรียนให้สนุกสนานควบคู่กับการเรียน

2.5.12 สอนโดยใช้ของจริง ที่เป็นรูปธรรมสู่นามธรรม

2.5.13 ประเมินผลการเรียนการสอนเพื่อให้ทราบข้อบกพร่องของนักเรียน

2.5.14 ไม่ควรจำกัดวิธีการหาคำตอบของนักเรียน

2.5.15 ควรให้นักเรียนรู้จักตรวจหาคำตอบด้วยตนเอง

จากที่นักการศึกษาได้กล่าวในข้างต้น สรุปได้ว่าหลักการสอนคณิตศาสตร์ควรคำนึงถึงความพร้อมและความแตกต่างระหว่างบุคคล สอนจากสิ่งที่ย่างไปยาก สอนจากรูปธรรมสู่นามธรรม คือ การใช้สื่ออุปกรณ์ที่เป็นของจริง สอนโดยการให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ใช้วิธีการสอนหลาย ๆ วิธีเป็นการสอนที่สามารถยืดหยุ่นได้ สร้างบรรยากาศที่ดีและให้นักเรียนได้ตรวจหาคำตอบด้วยตนเอง

3. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการเรียนคณิตศาสตร์

แนวคิดที่อธิบายเกี่ยวกับกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่สามารถนำมาใช้ในการพัฒนาจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพนั้น อาศัยหลักการของแต่ละทฤษฎีในแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เสนอไว้ในทฤษฎีการเรียนรู้ของ Piaget ทฤษฎีการเรียนรู้ของ Bruner (ทิตนา แวมมณี, 2553: 64-67) ทฤษฎีการเรียนรู้ของ Dienes (อัมพร ม้าคะนอง, 2546: 2-5)

3.1 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget)

เพียเจต์ ได้ศึกษาเกี่ยวกับพัฒนาการทางด้านความคิดของเด็กว่ามีขั้นตอนหรือกระบวนการอย่างไร เพียเจต์อธิบายว่าการเรียนรู้ของเด็กเป็นไปตามพัฒนาการทางสติปัญญาตามวัยเพียเจต์ เชื่อว่า พัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์พัฒนาขึ้นเป็นลำดับ 4 ขั้น โดยแต่ละขั้นแตกต่างกันในแต่ละกลุ่มคน และอายุที่กลุ่มคนเข้าสู่แต่ละขั้นจะแตกต่างกันไปตามลักษณะทางพันธุกรรมและสิ่งแวดล้อม ลำดับขั้นทั้ง 4 ของเพียเจต์ มีสาระสรุปได้ ดังนี้

3.1.1 พัฒนาการทางสติปัญญาของบุคคลเป็นไปตามวัยต่าง ๆ ตามลำดับขั้น คือ

ขั้นที่ 1 คือขั้นรับรู้ด้วยประสาทสัมผัส เป็นขั้นพัฒนาการในช่วงอายุ 0-2 ปี ความคิดของเด็กวัยนี้ขึ้นกับการรับรู้และการกระทำ เด็กยึดตัวเองเป็นศูนย์กลางและยังไม่สามารถเข้าใจความคิดเห็นของผู้อื่น

ขั้นที่ 2 คือขั้นก่อนปฏิบัติการคิดเป็นพัฒนาการในช่วงอายุ 2-7 ปี ความคิดของเด็กวัยนี้ยังขึ้นอยู่กับรับรู้เป็นส่วนใหญ่ยังไม่สามารถใช้เหตุผลอย่างลึกซึ้ง แต่สามารถเรียนรู้และใช้สัญลักษณ์ได้ การใช้ภาษาแบ่งเป็นขั้นย่อย ๆ 2 ขั้น คือขั้นก่อนเกิดความคิดรวบยอดเป็นพัฒนาการในช่วงอายุ 2-4 ปี และขั้นการคิดด้วยความเข้าใจของตนเอง เป็นพัฒนาการในช่วงอายุ 4-7 ปี

ขั้นที่ 3 คือขั้นการคิดแบบรูปธรรม เป็นพัฒนาการในช่วงอายุ 7-11 ปี เป็นขั้นที่การคิดของเด็กไม่ขึ้นกับการรับรู้จากรูปร่างเท่านั้น เด็กสามารถสร้างภาพในความคิด โดยสามารถคิดย้อนกลับได้ และมีความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของตัวเลขและสิ่งต่าง ได้มากขึ้น

ขั้นที่ 4 คือขั้นการคิดแบบนามธรรม เป็นขั้นการพัฒนาในช่วงอายุ 11-15 ปี เด็กสามารถคิดสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ และสามารถคิดตั้งสมมติฐาน ในกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ได้

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ ทั้ง 4 ขั้น มีประโยชน์ต่อการศึกษามาก เนื่องจากกล่าวถึงข้อเท็จจริงว่า วิธีคิด ภาษา ปฏิกริยาและพฤติกรรมของเด็กแตกต่างจากผู้ใหญ่ ทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ ดังนั้นการจัดการศึกษาให้เด็ก จึงต้องมีรูปแบบที่แตกต่างจากผู้ใหญ่ และสิ่งที่มีความหมายมาก ที่นักการศึกษาได้รับจากงานของเพียเจต์ คือแนวคิดที่ว่าเด็กที่มีอายุน้อย ๆ จะเรียนรู้ได้ดีที่สุดจากกิจกรรมที่ใช้สื่อรูปธรรม (อัมพร ม้าคะนอง, 2547: 1) หากแนวคิดนี้ถูกนำไปใช้ในห้องเรียนผู้สอนจะต้องเป็นผู้จัดสิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้และแนะนำผู้เรียนมากกว่าสอนโดยตรงตามทฤษฎีของเพียเจต์ เมื่อเด็กโตขึ้นและเข้าสู่ลำดับขั้นที่สูงกว่า เด็กจะต้องการการเรียนรู้จากกิจกรรมลดลง เนื่องจากพัฒนาการของสติปัญญาที่ซับซ้อนและทันสมัยขึ้น แต่มิได้หมายความว่าเด็กจะไม่ต้องทำกิจกรรมเลย การเรียนรู้โดยการทำกิจกรรมยังคงอยู่ในทุกลำดับขั้นของการพัฒนา นอกจากนี้เพียเจต์เน้นว่าปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียน มีบทบาทเป็นอย่างมากต่อการพัฒนาสติปัญญา ทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ การให้ผู้เรียนได้คิด พูดอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น โดยประเมินความคิดของตนเองและผู้อื่นจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจตนเองและผู้อื่นได้ดีขึ้น เพียเจต์เรียกกระบวนการนี้ว่า

การกระจายความคิด ซึ่งเป็นความสามารถของเด็กที่จะต้องได้รับการพัฒนาให้เติบโตตามลำดับขั้น เพื่อพิจารณาสิ่งต่าง ๆ จากมุมมองของผู้อื่น ซึ่งประเด็นนี้ การศึกษาจะเข้ามามีบทบาทสำคัญในการจัดสภาพแวดล้อมในห้องเรียนเพื่อส่งเสริมความสามารถของการเรียนรู้ของผู้เรียน

3.1.2 ภาษาและกระบวนการคิดของเด็กแตกต่างจากผู้ใหญ่

เด็กกับผู้ใหญ่จะมีพัฒนาการแตกต่างกันและเด็กที่มีอายุเท่ากันอาจมีขั้นพัฒนาการทางสติปัญญาที่แตกต่างกันด้วย ดังนั้นจึงไม่ควรเปรียบเทียบเด็ก ควรให้เด็กมีอิสระที่จะเรียนรู้และพัฒนาความสามารถของเขาไปตามระดับพัฒนาการของแต่ละคน ดังนี้

1) ประสบการณ์ทางกายภาพ (Physical Experiences) จะเกิดขึ้นเมื่อนักเรียนแต่ละคนได้ปฏิสัมพันธ์กับวัตถุต่าง ๆ ในสภาพแวดล้อมโดยตรงและประสบการณ์ทางตรรกศาสตร์ (Logicomathematical Experiences) จะเกิดขึ้นเมื่อนักเรียนได้พัฒนาโครงสร้างทางสติปัญญาให้มีความคิดรวบยอดที่เป็นนามธรรม

2) เน้นพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียนโดยต้องเน้นให้นักเรียนใช้ศักยภาพของตนเองให้มากที่สุด โดยยอมรับความจริงที่ว่า นักเรียนแต่ละคนมีพัฒนาการทางสติปัญญา ที่แตกต่างกันและไม่เหมือนกับผู้ใหญ่

3) กระบวนการทางสติปัญญามี 3 ลักษณะ คือการซึมซับหรือการดูดซึม เป็นกระบวนการทางสมองในการรับประสบการณ์ เรื่องราวและข้อมูลต่าง ๆ เข้ามาสะสมเก็บไว้เพื่อใช้ประโยชน์ต่อไป การปรับและจัดระบบเป็นกระบวนการทางสมองในการปรับประสบการณ์เดิมและประสบการณ์ใหม่ให้เข้ากันเป็นระบบหรือเครือข่ายทางปัญญาที่ตนสามารถเข้าใจได้ เกิดเป็นโครงสร้างใหม่ขึ้น การเกิดความสมดุลเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นจากขั้นของการปรับ หากการปรับเป็นไปอย่างผสมผสานกลมกลืนก็จะก่อให้เกิดสภาพที่มีความสมดุลขึ้น หากบุคคลไม่สามารถปรับประสบการณ์ใหม่และประสบการณ์เดิมให้เข้ากันได้ ก็จะเกิดภาวะความไม่สมดุลขึ้น ซึ่งก่อให้เกิดความขัดแย้งทางปัญญาขึ้นในตัวบุคคล ในการพัฒนาเด็กจึงคำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญา การเอื้อให้เด็กเกิดการเรียนรู้โดยการจัดสภาพแวดล้อมที่เหมาะสม คำนึงถึงระดับความแตกต่างของพัฒนาการที่อาจไม่เท่ากันแม้อายุเท่ากัน ในการสอนสิ่งใดให้กับเด็กควรสอนสิ่งที่เด็กคุ้นเคย สอนโดยใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรม และได้สัมผัสเป็นประสบการณ์จริง

จากทฤษฎีกล่าวโดยสรุปได้ว่า ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ เป็นทฤษฎีที่ใช้เป็นหลักพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนไปตามวัยต่าง ๆ คำนึงถึงความแตกต่างของระดับพัฒนาการในนักเรียนแต่ละคน สอนตามลำดับขั้น โดยเริ่มตั้งแต่ขั้นการรับรู้ด้วยประสาทสัมผัส ขั้นก่อนปฏิบัติการคิด ขั้นการคิดแบบรูปธรรม ขั้นการคิดแบบนามธรรม ซึ่งเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ได้

3.2 ทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดีนส์ (Dienes)

3.2.1 ดีนส์ เป็นนักคณิตศาสตร์ผู้มีชื่อเสียงเป็นที่รู้จักในประเทศออสเตรเลีย อังกฤษ แคนาดาและสหรัฐอเมริกา ดีนส์มีความสนใจในทฤษฎีพัฒนาการของเพียเจต์และได้เสนอแนวคิดว่า การสอนคณิตศาสตร์ควรเน้นให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมที่ครูจัดขึ้นให้มากที่สุด ยิ่งกิจกรรมเพิ่มขึ้นเท่าใด ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ก็เพิ่มมากขึ้นเท่านั้น และดีนส์เห็นว่าสิ่งที่มีอิทธิพลต่อการสอนคณิตศาสตร์มีหลายองค์ประกอบ (สมทรง สุวพานิช, 2546) ดังนี้

- 1) ลำดับชั้นการสอน เป็นสิ่งที่มีความสำคัญอย่างยิ่งในการสอน
- 2) การแสดงความคิด ต้องใช้หลายวิธีและหลาย ๆ รูปแบบ เพื่อให้นักเรียน
เกิดความคิดรวบยอด
- 3) การทำให้เกิดความคิดได้ จะต้องมียุทธศาสตร์
- 4) ความพร้อมทางวุฒิภาวะ สุขภาพ ประสบการณ์เดิม ความสนใจ ความถนัด
เวลา เหตุการณ์ สถานที่ บรรยากาศ และสมาธิ
- 5) การได้มีโอกาสฝึกฝนบ่อย ๆ
- 6) การเสริมแรงที่เหมาะสมและเพียงพอ ไม่ว่าจะป็นทางวาจาหรือท่าทาง
- 7) การรู้จักใช้วิธีการและสื่อการเรียนที่เหมาะสม คุ่มค่า

3.2.2 แนวคิดของดิวอี้ที่เกี่ยวกับการเรียนคณิตศาสตร์ มีบางส่วนที่คล้ายคลึงกับของ เพียเจต์ ที่กล่าวว่า การให้ความสำคัญกับการกระตุ้นให้ผู้เรียนมีบทบาทในการเรียนรู้และมีความกระตือรือร้นในกระบวนการเรียนรู้ ทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดิวอี้ ประกอบด้วยกฎหรือหลัก 4 ข้อ (อัมพร ม้าคะนอง, 2546: 2) ดังนี้

- 1) กฎของภาวะสมดุล (The Dynamic Principle) กฎนี้กล่าวไว้ว่า ความเข้าใจที่แท้จริงในมโนทัศน์ใหม่นั้น เป็นพัฒนาการ ที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียน 3 ชั้น คือ
 - ชั้นที่หนึ่ง เป็นขั้นพื้นฐานที่ผู้เรียนประสบกับมโนทัศน์ในรูปแบบที่ไม่มีโครงสร้างใด ๆ เช่น การที่เด็กเรียนรู้จากของเล่นชิ้นใหม่โดยการเล่นของเล่นนั้น
 - ชั้นที่สอง เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้พบกับกิจกรรมที่มีโครงสร้างมากขึ้น ซึ่งเป็นโครงสร้างที่คล้ายคลึงกับโครงสร้างของมโนทัศน์ที่ผู้เรียนจะได้เรียน
 - ชั้นที่สาม เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่จะเห็นได้ถึงการนำมโนทัศน์เหล่านั้นไปใช้ในชีวิตประจำวัน
 ขั้นตอนที่สามเป็นกระบวนการที่ดิวอี้เรียกว่า วัฏจักรการเรียนรู้ (Learning Cycle) ซึ่งเป็นสิ่งที่เด็กจะต้องประสบในการเรียนรู้ 4 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ
- 2) กฎความหลากหลายของการรับรู้ (The Perceptual Variability Principle) กฎนี้เสนอแนะว่าการเรียนรู้มโนทัศน์จะมีประสิทธิภาพดี เมื่อผู้เรียนมีโอกาสรับรู้มโนทัศน์เดียวกันในหลาย ๆ รูปแบบ ผ่านบริบททางกายภาพ นั่นคือ การจัดสิ่งที่เป็นรูปธรรมที่หลากหลายให้ผู้เรียนเพื่อให้เข้าใจโครงสร้างทางมโนทัศน์เดียวกันนั้นจะช่วยในการได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี
- 3) กฎความหลากหลายทางคณิตศาสตร์ (The Mathematical Variability Principle) กฎข้อนี้กล่าวว่า การอ้างอิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หรือการนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ จะมีประสิทธิภาพมากขึ้น ถ้าตัวแปรที่ไม่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้นเปลี่ยนแปลงไปอย่างเป็นระบบ ในขณะที่คงไว้ซึ่งตัวแปรที่ควรเปลี่ยนแปลงไป เช่นขนาดของมุม ความยาวของด้าน แต่สิ่งที่ควรคงไว้คือ ลักษณะสำคัญของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ต้องมีด้านคู่ขนานและด้านตรงข้ามขนานกัน

4) กฎการสร้าง (The Constructive Principle) กฎข้อนี้ให้ความสำคัญกับการสร้างความรู้ว่า ผู้เรียนควรได้พัฒนาโน้ตค้นจากประสบการณ์ในการสร้างความรู้ เพื่อก่อให้เกิดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญและมั่นคงและจากพื้นฐานเหล่านี้จะนำไปสู่การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ต่อไป กฎข้อนี้เสนอแนะให้ผู้สอนจัดสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรมเพื่อให้ผู้เรียนสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมนั้นและสามารถวิเคราะห์สิ่งที่สร้างนั้นต่อไปได้

3.3.3 ตามแนวคิดของดิวอี้ การสอนคณิตศาสตร์เรื่องหนึ่ง ๆ ทำได้หลายวิธีการหลาย ๆ แบบ ใช้สื่อการเรียนหลากหลาย สื่อการเรียนต้องใช้ตามลำดับคือ เริ่มจากขั้นใช้สื่อที่เป็นของจริง ขั้นใช้สื่อที่เป็นภาพ และขั้นนามธรรม นอกจากนี้สิ่งที่มีอิทธิพลต่อการสอนคณิตศาสตร์ คือลำดับขั้นการสอน ซึ่งเป็นสิ่งที่มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งในการสอน การแสดงความคิดเห็นต้องใช้หลายวิธีและหลายรูปแบบเพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด และการทำให้เด็กเกิดความคิดรวบยอดได้ต้องอยู่ในรูปแบบจากรูปธรรม สู่รูปแบบกึ่งรูปธรรม และรูปแบบนามธรรม

กล่าวโดยสรุปทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการเรียนคณิตศาสตร์ของดิวอี้ เป็นทฤษฎีที่ใช้เป็นหลักในการจัดการเรียนรู้ โดยเน้นลำดับขั้นการสอนคณิตศาสตร์ ที่มีลำดับขั้นตอนการสอนจากขั้นการใช้รูปแบบการสอนจากรูปธรรม สู่รูปแบบการสอนกึ่งรูปธรรม และรูปแบบการสอนนามธรรม

3.3 ทฤษฎีการเรียนการสอนของบรุนเนอร์ (Bruner)

3.3.1 ทฤษฎีนี้เกี่ยวข้องโดยตรงกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยกล่าวถึงการเรียนการสอนที่คิดว่าต้องประกอบด้วยองค์ประกอบสำคัญ 4 ประการ คือโครงสร้างของเนื้อหาสาระ ความพร้อมที่จะเรียนรู้ การหยั่งรู้โดยการคาดคะเนจากประสบการณ์อย่างมีหลักเกณฑ์และแรงจูงใจที่จะเรียนเนื้อหาใด ๆ บรุนเนอร์ให้ความสำคัญกับสมดุลระหว่างผลลัพธ์กับกระบวนการเรียนการสอน บรุนเนอร์เชื่อว่ามนุษย์เลือกที่จะรับรู้สิ่งที่ตนเองสนใจและการเรียนรู้เกิดจากกระบวนการค้นพบด้วยตนเอง แนวคิดที่สำคัญ ๆ มีดังนี้

- 1) การจัดโครงสร้างของความรู้ให้มีความสัมพันธ์และสอดคล้องกับพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็ก มีผลต่อการเรียนรู้ของเด็ก
- 2) การจัดหลักสูตรและการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับระดับความพร้อมของผู้เรียนและสอดคล้องกับพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียนจะช่วยให้การเรียนรู้เกิดประสิทธิภาพ
- 3) การคิดแบบหยั่งรู้ เป็นการคิดหาเหตุผลอย่างอิสระ ที่สามารถช่วยพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ได้
- 4) แรงจูงใจภายใน เป็นปัจจัยสำคัญที่จะช่วยให้ผู้เรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนรู้
- 5) การเรียนรู้เกิดขึ้นได้จากการที่คนเราสามารถสร้างความคิดรวบยอดหรือสามารถจัดประเภทของสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม
- 6) การเรียนรู้ที่ได้ผลดีที่สุด คือการให้ผู้เรียนค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเอง

3.3.2 นอกจากนี้ บรูเนอร์ ยังให้แนวความคิดว่า มนุษย์สามารถเรียนหรือคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ 3 ระดับ (อัมพร ม้าคะนอง, 2546: 3) ดังนี้

1) ระดับรูปธรรมหรือของจริง โดยไม่ใช่สัญลักษณ์ประกอบคือ ได้เรียนรู้จากของจริง หรือวัตถุควบคู่ไปกับสัญลักษณ์ เช่น ผู้เรียนรวมของ 4 ชิ้น กับ ของ 5 ชิ้น เพื่อเป็นของ 9 ชิ้น ซึ่งเป็นการสัมผัสกับสิ่งที่ป็นรูปธรรม

2) ระดับกึ่งรูปธรรม คือการจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้รับสิ่งเร้าทางสายตา สังเกต หรือดูภาพของวัตถุควบคู่ไปกับสัญลักษณ์ เช่น การใช้รูปภาพ ไตอะแกรม พิล์ม ที่เป็นสิ่งทางสายตา ตัวอย่างการเรียนรู้ระดับนี้ เช่น ผู้เรียนดูภาพรถ 4 คัน ในภาพแรก ดูภาพรถ 5 คัน ในภาพที่สองและดูภาพรถรวม 9 คัน ในภาพที่สาม ซึ่งเป็นภาพที่สามเป็นภาพรวมของรถในภาพที่หนึ่ง และภาพที่สองรถ 9 คันนี้ เกิดจากการที่ผู้สอนวางแผนให้ผู้เรียนเรียนรู้ มิใช่เกิดจากตัวของผู้เรียนเอง

3) ระดับนามธรรม คือประสบการณ์ที่นักเรียนได้รับโดยใช้สัญลักษณ์อย่างเดียว ซึ่งเป็นระดับที่ผู้เรียนสามารถเขียนสัญลักษณ์แทนสิ่งที่เห็นในระดับที่สอง หรือสิ่งที่สัมผัสในระดับที่หนึ่งได้ เช่น การเขียน $5 + 4 = 9$ เป็นสัญลักษณ์แทนภาพในระดับที่ 2

3.3.3 แนวคิดของบรูเนอร์ปรากฏอยู่ในผลงานของเลข ซึ่งเป็นที่รู้จักกันดีในนามของโมเดลของเลข เลขใช้แนวคิดข้างต้นของบรูเนอร์ ในการสร้างโมเดลที่แสดงว่าผู้เรียนสามารถใช้วิธีแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ในหลาย ๆ รูปแบบ เช่น จากความรู้ที่เกิดจากการใช้สื่อรูปธรรมสามารถแสดงความรู้ในรูปของรูปภาพ ภาษาเขียน ภาษาพูด และสถานการณ์จริงได้

กล่าวโดยสรุปทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการเรียนคณิตศาสตร์ของบรูเนอร์ เป็นทฤษฎีจิตวิทยา เพื่อช่วยในการวางแผนในการจัดการเรียนให้กับผู้เรียนได้เข้าใจได้ง่ายขึ้น เป็นกรอบพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้เป็นไปตามลำดับขั้นให้สอดคล้องกับช่วงอายุในวัยพัฒนาการของเด็กสอนจาก เรื่องง่ายไปสู่เรื่องยาก สอนจากรูปธรรมสู่กึ่งรูปธรรมและนามธรรม สอนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล เพื่อให้เด็กพัฒนาการเรียนรู้อได้ตามความสามารถ โดยมีการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับวัยและความต้องการของเด็กแต่ละคน

4. ความหมายการรู้ค่าจำนวน

นักการศึกษาและสถาบันการศึกษาได้ให้ความหมายการรู้ค่าจำนวน ดังนี้

4.1 สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้ให้ความหมายว่าจำนวน (Number) เป็นนามธรรมใช้แสดงถึงปริมาณสิ่งของต่าง ๆ ส่วนจำนวนนับใช้แทนปริมาณของสิ่งต่าง ๆ และนับเพิ่มขึ้นทีละ 1 เป็น 2, 3, 4, 5, ต่อไปเรื่อย ๆ นับถึงจำนวนใดก็จะเป็นจำนวนหรือปริมาณของสิ่งนั้นและตัวเลข (Numberal) เป็นสัญลักษณ์ที่ใช้เขียนแทนจำนวนเพื่อแสดงปริมาณและใช้คิดคำนวณทางคณิตศาสตร์

4.2 ประยูร อาษานาม (2537: 21) การสอนคณิตศาสตร์แนวเก่ามักจะเริ่มจากการนับปากเปล่า (Rote Counting) แต่การนับจะเกี่ยวพันกับ “ปริมาณ” ซึ่งเป็นนามธรรม เพราะเราไม่สามารถมองเห็นจำนวน “สอง” แต่เราสามารถเข้าใจ “ความเป็นสอง” ได้ การนับปากเปล่านั้นไม่สามารถเข้าใจความเป็นหนึ่ง ความเป็นสอง และต่อ ๆ ไป ดังนั้นการสอนนับอย่างมีเหตุผลรู้ความหมาย (Rational Counting) จึงเป็นเป้าหมายที่พึงประสงค์ของการเรียนรู้เรื่องการนับ

4.3 บุญทัน อยู่ชมบุญ (2530: 95) ได้กล่าวว่า จำนวน (Number) เป็นคำที่แสดงปริมาณว่า มากหรือน้อย เช่น ส้ม 3 ผล รถยนต์ 3 คัน ปากกา 3 ด้าม และจำนวนเป็นนามธรรมที่มนุษย์ทุกชาติ ทุกภาษามีความเข้าใจตรงกันแต่ชื่อที่ใช้เรียกจำนวน “หนึ่ง” “สอง” “สาม” จะแตกต่างกันไปตามชนชาติ ต่าง ๆ ส่วนตัวเลข (Numeral) เป็นสัญลักษณ์หรือเครื่องหมายที่ใช้แทนจำนวนหนึ่ง ๆ เขียนแทนด้วย ตัวเลขต่าง ๆ กัน เช่น จำนวนสาม อาจเขียนแทนด้วยตัวเลข 3 จำนวนสี่เขียนแทนด้วยตัวเลข 4 ซึ่ง จำนวนกับตัวเลขเป็นสิ่งคู่กัน แยกออกจากกันไม่ได้ โดยเฉพาะในการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ที่เชื่อมโยงการบอกปริมาณที่ได้จากการนับจำนวนสิ่งของต่าง ๆ

4.4 อัญชลี แจ่มเจริญ และคณะ (2526: 123) ได้กล่าวว่าการสอนครูต้องให้เด็กเข้าใจ ความหมายของคำว่าจำนวน และเข้าใจแต่ละจำนวนเรียงลำดับไป กล่าวคือเด็กสามารถบอกจำนวน สิ่งของได้ว่ามีปริมาณเท่าไร การให้เด็กหยิบสิ่งของตามจำนวนที่ครูกำหนด เช่น หยิบปากกา 1 ด้าม หยิบดินสอ 2 แท่ง หยิบสมุด 3 เล่ม เหล่านี้ เมื่อเด็กหยิบได้ถูกต้องแสดงว่าเด็กเข้าใจความหมายของ จำนวนสิ่งของที่หยิบนั้น และในกรณีครูหยิบสิ่งของขึ้นมา แล้วถามเด็กว่ามีจำนวนเท่าไร เด็กสามารถ ตอบได้ถูกต้องเช่นกันอีก นั่นหมายถึงว่าเด็กเข้าใจความหมายและสามารถบอกจำนวนสิ่งของได้

4.5 ชูชาติ เจริญผล (2521: 85) ได้กล่าวว่าความหมายของการรู้ค่าจำนวนหรือการบอก จำนวนเป็นการสื่อความคิดที่สัมพันธ์กับของจริง หรือภาพสิ่งของเกี่ยวกับจำนวนนับ จำนวนศูนย์ และ เมื่อกำหนดสัญลักษณ์ หรือตัวเลขแทนจำนวนนับ เด็กสามารถบอกค่าของจำนวนสิ่งนั้นได้

จากความหมายดังกล่าว สรุปได้ว่าการรู้ค่าจำนวนหมายถึงการแสดงปริมาณ ว่ามีมากหรือ มีน้อย มีจำนวนเท่าไร โดยมีตัวเลขเป็นสัญลักษณ์ใช้แทนค่าจำนวน สำหรับ “ปริมาณ” เป็นนามธรรม ทำให้ยากต่อความเข้าใจเพราะไม่สามารถมองเห็นจำนวนนั้น ๆ ได้ แต่สามารถใช้สัญลักษณ์เป็นตัวเลข เพื่อให้รู้ค่าและเข้าใจความหมายของจำนวนสิ่งของ เช่น สิ่งของหนึ่งชิ้น เขียนแทนค่าด้วย 1 สิ่งของสองชิ้น เขียนแทนค่าด้วย 2 สิ่งของสามชิ้น เขียนแทนค่าด้วย 3 สิ่งของสี่ชิ้นแทนค่าด้วย 4 เหล่านี้

5. ความหมายการบวกจำนวนนับ

จากคู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยสถาบันส่งเสริมการสอน วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2555) ได้กล่าวว่า การบวกเป็นการนับรวมจำนวน สิ่งของต่าง ๆ ตั้งแต่สองกลุ่มขึ้นไป

5.1 วรรณิ โสมประยูร (2541: 92) ได้ให้ความหมายว่า การบวกเป็นการกระทำของ จำนวนเลข โดยการรวมกันของค่าตัวเลขสองจำนวน ทำให้ได้ผลรวมที่มีค่าเพิ่มขึ้นและผลรวมเรียกว่า ผลบวก

5.2 บุญทัน อยู่ชมบุญ (2530: 109) ได้ให้ความหมายว่า การบวกเป็นการนำจำนวน สองจำนวนมารวมกัน และจำนวนที่ได้จากการรวมสองจำนวนเข้าด้วยกัน เรียกว่าผลรวมหรือผลบวก มี + เป็นสัญลักษณ์ แสดงการบวก ใช้เขียนระหว่างตัวเลขสองจำนวนที่นำมารวมกัน

5.3 สุภา ศีลสร (2522: 25) ได้ให้ความหมายว่า การบวกเป็นวิธีการอย่างหนึ่งในทาง คณิตศาสตร์ ที่จะแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน 2 จำนวน เมื่อเข้ามารวมกันเข้า เกิดจำนวนใหม่

5.4 ชูชาติ เจริญฉลาด (2521: 95) ได้ให้ความหมายว่า การบวกเป็นการนำจำนวนสองจำนวนมารวมกันและจำนวนที่ได้จากการรวมสองจำนวนเข้าด้วยกัน เรียกว่าผลรวมหรือผลบวก ซึ่งค่าต่าง ๆ ที่แสดงการบวกมีหลายอย่าง เช่น เพิ่มขึ้น รวมกับ ได้มาอีก กับอีก

จากความหมายของนักการศึกษาและสถาบันการศึกษาดังกล่าว สรุปได้ว่า การบวกเป็นการนับค่าของจำนวนสองจำนวนรวมเข้าด้วยกัน เกิดเป็นจำนวนใหม่ ที่มีค่าเพิ่มขึ้น และจำนวนใหม่ที่เกิดจากการรวมกันของจำนวนสองจำนวน เรียกว่า ผลรวมหรือผลบวก

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

6.1 สมลักษณ์ สหรั้งปิน (2553: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโจทย์ปัญหาการบวก และเจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้จากการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เทคนิคของพอลโลเวย์และแพตตันร่วมกับการใช้เส้นจำนวน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนสวัสดิศึกษา จำนวน 8 คน ด้วยวิธีการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เทคนิคของพอลโลเวย์และแพตตันร่วมกับการใช้เส้นจำนวน ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาการบวกของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์ หลังการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เทคนิคของพอลโลเวย์และแพตตันร่วมกับการใช้เส้นจำนวนสูงขึ้น นอกจากนี้งานวิจัยยังพบว่าเจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์ หลังการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เทคนิคของพอลโลเวย์และแพตตันร่วมกับการใช้เส้นจำนวนอยู่ในระดับดี

6.2 ปาจริย์ เยาดำ (2552: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวสมการ โดยใช้กลวิธี STAR ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสวัสดิ์รัตนากิมุข จังหวัดตรัง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสวัสดิ์รัตนากิมุข ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 40 คน ที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม จากจำนวนทั้งหมด 9 ห้อง ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทั้งสี่ด้าน คือด้านการศึกษาโจทย์ปัญหา ด้านการแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหา ไปสู่สมการทางคณิตศาสตร์ ด้านการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และด้านการทบทวนคำตอบอยู่ในเกณฑ์ที่ดี นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ว่ามีความเหมาะสม

6.3 สิริลักษณ์ โปรงสันเทียะ (2550: บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาการพัฒนาโปรแกรมซ่อมเสริมคณิตศาสตร์สำหรับเด็กที่มีปัญหาทางการเรียนรู้ โดยมีจุดมุ่งหมายของการวิจัยเพื่อพัฒนาโปรแกรมซ่อมเสริมคณิตศาสตร์สำหรับเด็กที่มีปัญหาทางการเรียนรู้ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 และ 3 ผลการวิจัยพบว่าโปรแกรมซ่อมเสริมคณิตศาสตร์สำหรับเด็กที่มีปัญหาทางการเรียนรู้ ประกอบด้วยแบบคัดแยกเด็กที่มีปัญหาทางการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์ มีความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.98 แผนการจัดกิจกรรมซ่อมเสริมคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 และ 3 ด้านการจำแนกทางสายตา การนับ การแทนค่าประจำหลัก การบวก การลบ และการแก้โจทย์ปัญหา โปรแกรมซ่อมเสริมคณิตศาสตร์สำหรับเด็กที่มีปัญหาทางการเรียนรู้ มีความเหมาะสมในระดับดีมาก และประสิทธิผลโปรแกรมซ่อมเสริม

คณิตศาสตร์สำหรับเด็กที่มีปัญหาทางการเรียนรู้ (1) ความสามารถทางคณิตศาสตร์สำหรับเด็กที่มีปัญหาทางการเรียนรู้หลังกิจกรรมซ่อมเสริมคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก (2) การรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ของเด็กที่มีปัญหาทางการเรียนรู้ หลังการจัดกิจกรรมซ่อมเสริมคณิตศาสตร์สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

6.4 วิณา อาชญา (2548: บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษา เรื่องผลการใช้เทคนิคการสอน โจทย์ปัญหาเชิงกราฟฟิก ต่อ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ก่อนและหลังการใช้เทคนิคการสอนโจทย์ปัญหาเชิงกราฟฟิก ผลการวิจัยสรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ภายหลังจากได้รับการใช้เทคนิคการสอนโจทย์ปัญหาเชิงกราฟฟิก สูงกว่าก่อนได้รับการใช้เทคนิคการสอนโจทย์ปัญหาเชิงกราฟฟิก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

6.5 นุตริยา จิตตารมย์ (2548: บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาผลการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านนาสาร จังหวัดสุราษฎร์ธานี ปีการศึกษา 2548 จำนวน 86 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธี STAR จำนวน 45 คน และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนปกติ จำนวน 41 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้มาจากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 นอกจากนี้พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

6.6 ชุตติมา จัดการ (2547: บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการบวกสำหรับนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ด้วยวิธีการสอนซ้ำ โดยมีจุดมุ่งหมายในการวิจัยคือ เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องการบวกสำหรับนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างก่อนและหลังการสอน ด้วยวิธีสอนซ้ำ ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิจัยเรื่องผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการบวกสำหรับนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 หลังจากได้รับการสอนด้วยวิธีสอนซ้ำ เพิ่มสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากงานวิจัยดังกล่าวสรุปได้ว่า ในการพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ สามารถใช้หลากหลายวิธีในการช่วยเหลือพัฒนา อาทิการใช้เทคนิคการใช้กลวิธีกระบวนการสอน การสอนซ่อมเสริม การสอนเชิงกราฟฟิก การสอนซ้ำ เหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ สามารถเรียนรู้ได้

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับวิธีสอนแบบ CSA

วิธีสอนแบบ CSA เป็นวิธีสอนที่มีรูปแบบการสอนจากรูปธรรม กึ่งรูปธรรม และนามธรรม โดยมีความหมายและลำดับขั้นการสอน ดังนี้

1. ความหมายและรูปแบบวิธีสอนแบบ CSA

วิธีสอนแบบ CSA เป็นวิธีสอนรูปแบบหนึ่ง ที่ช่วยเหลือนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์ ให้ได้รับการพัฒนาการเรียนได้อย่างเต็มศักยภาพ โดยนักการศึกษาและสถาบันการศึกษาได้อธิบายถึงความหมายของวิธีสอนแบบ CSA ไว้ดังนี้

1.1 สมาคมดิสเล็กเซียสากล (Dyslexia International Association, 2006 อ้างถึงใน ผดุง อารยะวิญญู, 2549) ได้เสนอแนะว่า การสอนคณิตศาสตร์สำหรับเด็กที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ ควรสอนให้สอดคล้องกับพัฒนาการ ด้านความรู้ความจำ (Cognitive Development Stages) ซึ่งมี 4 ขั้น คือ 1) ขั้นรูปธรรม (Concrete Stage) เป็นการสอนโดยให้เด็กได้จับต้องสิ่งที่เป็นวัตถุสิ่งของที่จับต้องได้ 2) ขั้นใช้รูปภาพ (Pictorial Stage) เป็นการสอนโดยใช้รูปภาพแทนสิ่งของหรือเป็นการวาดภาพแทนสิ่งของต่าง ๆ 3) ขั้นใช้สัญลักษณ์ (Symbolic Stage) เป็นการสอนโดยใช้สัญลักษณ์ รูปทรง ป้ายต่าง ๆ แทนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเข้าขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น 4) ขั้นนามธรรม (Abstract Stage) เป็นขั้นสุดท้ายของพัฒนาการ เมื่อผู้เรียนเข้าใจแนวคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ โดยผ่านรูปธรรม รูปภาพ และสัญลักษณ์แล้ว ผู้เรียนจึงจะสามารถเข้าใจหลักการทางคณิตศาสตร์ โดยปราศจากสิ่งของหรือวัตถุที่เป็นสื่อนำหลักการทางคณิตศาสตร์ได้

1.2 Lerner (2000: 509) กล่าวว่านักเรียนจะสามารถทำความเข้าใจแนวคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้ เมื่อดำเนินวิธีการสอนขั้นแรก จากการสอนแบบรูปธรรม โดยครูสามารถวางแผนการสอนได้ 3 ขั้น คือขั้นการสอนจากแบบรูปธรรม สู่อันดับกึ่งรูปธรรม และขั้นการสอนแบบนามธรรม ตัวอย่างสำหรับขั้นการสอนที่เป็นแบบรูปธรรม คือให้นักเรียนสามารถมองเห็นและจับต้องได้ โดยใช้ของจริง เช่น มีสิ่งของ 2 ชิ้น รวมกับสิ่งของ 3 ชิ้น ได้สิ่งของรวม 5 ชิ้น สำหรับการสอนในขั้นกึ่งรูปธรรมเป็นการใช้ภาพแทนวัตถุของจริงคู่กับสัญลักษณ์ตัวเลข และในระดับการสอนที่เป็นขั้นสุดท้ายคือขั้นการสอนแบบนามธรรม โดยไม่ใช้รูปภาพหรือของจริง แต่จะใช้เฉพาะตัวเลข

1.3 สถาบันเพื่อการวิจัยของอเมริกา (NCTM, 1998) ได้อธิบายว่า เด็กที่มีปัญหาทางการเรียนรู้มักจะมีปัญหาเกี่ยวกับสัญลักษณ์หรือนามธรรม และการใช้เหตุผล นักเรียนเหล่านี้อาจต้องการความช่วยเหลือพิเศษผ่านสื่อสัมผัสด้วยมือและภาพ เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เข้าใจสัญลักษณ์ตัวเลขและนามธรรมวิธีสอนหนึ่งที่มีประสิทธิภาพจากการวิจัยคือวิธีสอนตามลำดับขั้น 3 ส่วน คือขั้นการสอนที่เริ่มจากรูปธรรม โดยใช้วัตถุจริง การสอนขั้นกึ่งรูปธรรม ซึ่งเกี่ยวข้องกับภาพเป็นตัวแทนของวัตถุสิ่งของ (เช่น จุด วงกลม แสตมป์ ภาพประทับใจ สำหรับการนับ) และขั้นนามธรรม ในขั้นนี้ใช้เฉพาะตัวเลขสัญลักษณ์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

1.4 Miller (1993: 89–96, อ้างถึงใน ผดุง อารยะวิญญู, 2546) ได้อธิบายว่าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบรูปธรรม กึ่งรูปธรรม และนามธรรม ที่เรียกรวมกันว่า CSA (C=Concrete, S=Semiconcrete, A=Abstract) เป็นลำดับการเรียนการสอนให้กับนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์ อายุระหว่าง 7 ปี 7 เดือน ถึง 11 ปี 3 เดือน จากผลการวิจัยพบว่า การเรียนการสอนที่มีลำดับขั้นตอนเริ่มจากรูปธรรมโดยใช้วัสดุอุปกรณ์จากของจริงและภาพก่อนจะมีประสิทธิภาพมาก เพราะจะทำให้ให้นักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ สามารถเข้าใจในขั้นนามธรรมได้

จากข้อความข้างต้น สรุปได้ว่าความหมายและรูปแบบวิธีสอนแบบ CSA คือ การนำอักษรขั้นต้นของแต่ละขั้น (C=Concrete, S=Semiconcrete, A=Abstract) มารวมกันได้เป็นคำใหม่คือ CSA ซึ่งเป็นกลวิธีการสอน ที่ช่วยเหลือให้นักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ ให้สามารถเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ด้วยรูปแบบการสอน 3 ขั้น ตามลำดับการสอน คือขั้นการสอนที่ใช้แบบรูปธรรม โดยใช้สื่อวัตถุของจริงในการเรียนการสอน ขั้นการสอนแบบกึ่งรูปธรรม โดยใช้สื่อที่เป็นภาพหรือการวาดภาพ คู่กับตัวเลขในการเรียนการสอน และขั้นการสอนแบบนามธรรม ที่ไม่ใช้วัตถุของจริงหรือภาพ หรือการวาดภาพ แต่จะใช้เฉพาะสัญลักษณ์ที่เป็นตัวเลขในการเรียนการสอน ซึ่งเป็นวิธีการสอนที่สอดคล้องกับพัฒนาการด้านความรู้ความจำของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์

2. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับวิธีสอนแบบ CSA

2.1 Gagnon and Krezmien (2005 อ้างถึงใน นุตริยา จิตตารมย์, 2548) กล่าวว่า การใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม ทั้งสามประเภทได้พัฒนามาจาก ทฤษฎีการสอนของบรุนเนอร์ ที่เน้นการสอนให้โอกาสผู้เรียนเรียนรู้โครงสร้างของความรู้ อันจะนำมาซึ่งความเข้าใจและการถ่ายโยงการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยนำเสนอรายละเอียดทฤษฎีการสอนของ บรุนเนอร์ อันเป็นพื้นฐานในการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริงและสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม ดังต่อไปนี้

2.1.1 ทฤษฎีการเรียนการสอนของบรุนเนอร์ (Brunner's Theory of Instruction)

ทฤษฎีการเรียนการสอนของบรุนเนอร์ มีจุดมุ่งหมายในการพัฒนาความคิดของคน มิใช่สอนเพื่อการท่องจำ แต่สอนให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผล ช่วยให้นักเรียนเข้าใจและนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ อันมีประโยชน์อย่างมากในการจัดการเรียนการสอนและทฤษฎีนี้เกี่ยวข้องโดยตรงกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (อัมพร ม้าคะนอง, 2546: 3) โดยกล่าวถึงการเรียนการสอนที่ดีว่า ต้องประกอบด้วยองค์ประกอบสำคัญ 4 ประการ คือ โครงสร้าง (Structure) ของเนื้อหาสาระ ความพร้อม (Readiness) ที่จะเรียนรู้ การหยั่งรู้ (Intuition) โดยการคะเนจากประสบการณ์อย่างมีหลักเกณฑ์และแรงจูงใจ (Motivation) ที่จะเรียนเนื้อหาใด ๆ บรุนเนอร์ให้ความสำคัญกับสมดุลระหว่างผลลัพธ์กับกระบวนการเรียนการสอน (Process and Product Approach) นอกจากนี้ยังให้แนวคิดว่า มนุษย์สามารถเรียนหรือคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ 3 ระดับ ดังนี้

1) ระดับที่มีประสบการณ์ตรงและสัมผัสได้ (Enactive Stage) เช่น ผู้เรียนรวมของ 4 ชิ้น กับของ 5 ชิ้น เมื่อรวมกันจะได้เป็นของ 9 ชิ้น ซึ่งเป็นการสัมผัสกับสิ่งที่เป็นรูปธรรม (Concrete Object or Manipulatives)

2) ระดับของการใช้ภาพเป็นสื่อในการมองเห็น (Iconic Stage) เช่น การใช้รูปภาพไดอะแกรม फिल्मที่เป็นสื่อทางสายตา (Visual Medium) ตัวอย่างการเรียนรู้ระดับนี้ เช่น ผู้เรียนดูภาพรถ 4 คัน ในภาพแรก ดูภาพรถ 5 คัน ในภาพที่สอง และดูภาพรถรวม 9 คัน ในภาพที่สามซึ่งเป็นภาพรวมของรถในภาพที่หนึ่งและภาพที่สอง รถ 9 คัน ในที่นี้เกิดจากการที่ผู้สอนวางแผนเรียนรู้มิใช่เกิดจากตัวผู้เรียนเอง

3) ระดับของการสร้างความสัมพันธ์และใช้สัญลักษณ์ (Symbolic Stage) ซึ่งเป็นระดับที่ผู้เรียนสามารถเขียนสัญลักษณ์แทนสิ่งที่เห็นในระดับที่สอง หรือสิ่งที่สัมผัสในระดับที่หนึ่งได้ เช่น การเขียน $5 + 4 = 9$ เป็นสัญลักษณ์แทนภาพในระดับที่ 2

แนวคิดนี้ถูกแปลความหมายและนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวาง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการจัดการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ตรงจากการสัมผัสสื่อและวัตถุจริง การใช้ภาพที่นักเรียนสามารถมองเห็นเป็นสื่อแทนสัญลักษณ์และขั้นการสอนสุดท้าย ที่นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรมแทนสิ่งที่เห็นวัตถุจริง ตรงกับแนวคิดของ บรูเนอร์ที่มีความเห็นว่า ความพร้อมที่จะเรียนขึ้นอยู่กับการพัฒนาทางสติปัญญาซึ่งสอดคล้องกับงานของเพียเจต์ที่กล่าวว่า สิ่งสำคัญที่สุดในการสอนคณิตศาสตร์พื้นฐาน คือการช่วยเหลือให้เด็กสามารถพัฒนาจากความคิดเชิงรูปธรรม ไปสู่ความคิดที่ต้องใช้ความเข้าใจเชิงนามธรรมมากขึ้น บรูเนอร์จึงเสนอแนะว่าความพร้อมขึ้นอยู่กับการผสมผสานของวิธีเรียนรู้ทั้ง 3 ขั้นตอนมากกว่าการรอคอยให้เด็กพัฒนาความสามารถที่จะเรียนได้ด้วยตนเอง (อัมพร ม้าคะนอง, 2546: 3)

จากทฤษฎีที่ได้ศึกษา ผู้วิจัยได้นำมาประยุกต์ใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ โดยวิธีสอนแบบ CSA และแสดงความสัมพันธ์ทฤษฎีกับวิธีสอนแบบ CSA โดยสรุป ดังรายละเอียด ในตาราง 1

ตาราง 1 แสดงความสัมพันธ์ทฤษฎีกับวิธีสอนแบบ CSA

ทฤษฎีในการจัดการเรียนรู้		วิธีสอนแบบ CSA		
		ชั้นการเรียนรู้ แบบรูปธรรม (C)	ชั้นการเรียนรู้ แบบกึ่ง รูปธรรม (S)	ชั้นการ เรียนรู้แบบ นามธรรม (A)
ทฤษฎีพัฒนาการ ทางสติปัญญา ของเพียเจต์	1. การใช้ประสาทสัมผัส	√		
	2. การเตรียมพัฒนาการทาง สติปัญญา	√		
	3. การเรียนรู้แบบรูปธรรม	√		
	4. การเรียนรู้แบบนามธรรม			√
ทฤษฎีการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ของ ดิวอี้	1. พัฒนาความคิดจาก ประสบการณ์ตรง	√		
	2. เรียนตามลำดับขั้น	√	√	√
	3. เรียนรู้ด้วยสิ่งของจริง	√		
ทฤษฎีการเรียน การสอนของ บรูเนอร์	1. เรียนรู้ด้วยประสบการณ์ ตรงและสัมผัสได้	√		
	2. เรียนรู้โดยการใช้ภาพ		√	
	3. เรียนรู้โดยการใช้ สัญลักษณ์			√

จากทฤษฎี ดังตาราง 1 แสดงความสัมพันธ์ทฤษฎีกับวิธีการสอนแบบ CSA เป็นวิธีการสอนที่สอดคล้องกับทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ ที่ว่าการเรียนรู้ของเด็ก ต้องเตรียมความพร้อมทางสติปัญญาตามวัย เรียนรู้ด้วยการใช้ประสาทสัมผัส การใช้สื่อวัตถุจริงให้นักเรียนจับต้อง เป็นประสบการณ์ตรง คือขั้นเรียนรู้แบบรูปธรรม ก่อนสู่การเรียนรู้ ในขั้นนามธรรม ซึ่งเป็นแนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีหลักการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของดินส์ ที่มีหลักการเรียนการสอนเป็นไปตามลำดับขั้น ซึ่งวิธีสอนแบบ CSA มีขั้นการสอน 3 ขั้น คือขั้นที่ 1 การสอนแบบรูปธรรม โดยผู้วิจัย ใช้สื่อวัตถุจริงหลากหลายชนิด ให้นักเรียนได้จับต้องสัมผัสเป็นประสบการณ์ตรง เพื่อพัฒนาการเรียนรู้ในการรู้ค่าจำนวน 1-9 และการบวกจำนวนนับที่มีผลบวกไม่เกิน 9 ของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ จากประสบการณ์จริงนี้ สอดคล้องกับขั้นการกระทำ คือขั้นที่มีประสบการณ์ตรงและสัมผัสได้ ในขั้นการเรียนรู้แบบรูปธรรม (C) ของระดับการเรียนรู้ตามทฤษฎีของBruner เข้าสู่การเรียนรู้ในขั้นที่ 2 คือการสอนแบบกึ่งรูปธรรม โดยการใช้ภาพและสัญลักษณ์ตัวเลขร่วมด้วย (S) คือจินตนาการเรียนรู้ด้วยการใช้ภาพเป็นสื่อในการมองเห็น (Iconic Stage) สอนการรู้จำนวน 1-9 และการบวกจำนวนนับที่มีผลบวกไม่เกิน 9 และขั้นที่ 3 คือสอนแบบนามธรรม โดยใช้สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม และการไม่ใช้วัตถุจริงหรือภาพ หรือการวาดภาพหรือตาราง ในการแสดงความหมายของสัญลักษณ์ (A) โดยตามแนวคิดทฤษฎีนี้ ผู้วิจัยจึงนำหลักการเรียนรู้ตามทฤษฎีมาใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ โดยวิธีสอนแบบ CSA

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีสอนแบบ CSA

3.1 Huntington (1995: 512-A อ้างถึงใน ปาจริย์ เยาดำ, 2552) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้ตัวอักษร CSA ตามลำดับ ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเชิงพีชคณิตของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ จำนวน 3 คน ผลการวิจัยพบว่า การสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภท ช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาถึงเกณฑ์ 100% และหลังการทดลอง 9 สัปดาห์ ทำการทดสอบความคงทนในการเรียนพบว่านักเรียนยังสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่มีความยากง่ายระดับเดียวกัน แต่มีโครงสร้างแตกต่างไปจากปัญหาเดิมด้วย

3.2 Maccini and Ruhl (2000: 465-489 อ้างถึงใน ปาจริย์ เยาดำ, 2552) ได้ศึกษาผลการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CSA ตามลำดับและกลวิธี STAR ในการแก้ปัญหาการลบจำนวนเต็ม สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาที่มีความบกพร่องทางการเรียนมีอุปสรรคในการให้เหตุผลขั้นสูงและทักษะการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแสดงความหมายและการหาคำตอบของปัญหาการลบจำนวนเต็ม กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 8 จำนวน 3 คน ผลการวิจัยพบว่าหลังการทดลองการแก้ปัญหาของนักเรียนทั้ง 3 คน มีประสิทธิภาพสูงขึ้นและหลักการทดลอง 2 สัปดาห์ ทำการทดสอบความอดทนของความสามารถในการหาคำตอบของปัญหา พบว่านักเรียนยังคงหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้อง และ 1 สัปดาห์ต่อมาทำการทดสอบความคงทนของความสามารถในการหา

คำตอบของปัญหา พบว่านักเรียนยังคงหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้องและ 1 สัปดาห์ต่อมาทำการทดสอบความคงทนของความสามารถในการแสดงความหมายของปัญหา ซึ่งนักเรียนยังคงแสดงความหมายของปัญหาได้อย่างถูกต้องเช่นกัน

3.3 Maccini and Hughes (2000: 10-21 อ้างถึงใน ปาจริย์ เยาดำ, 2552) ได้ศึกษาผลของการใช้กลวิธี STAR และการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) หรือที่เรียกโดยใช้ตัวอักษร CSA ตามลำดับ สำหรับการแก้ปัญหาพีชคณิตขั้นต้นของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ ที่มีต่อความสามารถของการแสดงความหมายและการหาคำตอบของการแก้ปัญหา การบวก ลบ คูณและหาร จำนวนเต็ม กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้จำนวน 6 คน จากนักเรียน จำนวน 170 คน ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนเต็มของนักเรียนสูงขึ้น ในแต่ละลำดับการสอนนักเรียนใช้กลวิธีแก้โจทย์ปัญหาดังนี้

- 3.3.1 ศึกษาทำความเข้าใจโจทย์
- 3.3.2 แปลงข้อมูลจากโจทย์ภาษาไปสู่สมการ
- 3.3.3 ระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง
- 3.3.4 วาดรูปภาพแสดงความหมายของโจทย์ปัญหาได้
- 3.3.5 เขียนสมการได้อย่างถูกต้อง

3.3.6 ตอบคำตอบของโจทย์ปัญหาได้ นอกจากนั้นนักเรียนยังสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่ใกล้เคียงกับของเดิมอีกด้วย และหลังจากทดลองแล้ว 10 สัปดาห์ ได้ทำการวัดความคงทนในการเรียนปรากฏว่านักเรียนยังสามารถแสดงความหมายของโจทย์และหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง

3.4 Konold (2005: 2949–A อ้างถึงใน นุตริยา จิตตารมย์, 2548) ได้ศึกษาการแก้สมการพีชคณิตและแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Representational) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CRA ตามลำดับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่ปกติและที่มีความบกพร่องทางการเรียน จำนวน 169 คน อายุ 11-19 ปี ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนจำนวน 61 คน และนักเรียนปกติ 108 คน การทดลองแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนแบบปกติ นักเรียนทั้งสองกลุ่มเรียนเนื้อหาพีชคณิตทั้งหมด 11 บท โดยแบบฝึกหัดใช้เหมือนกันทั้งสองกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่าเมื่อเปรียบเทียบคะแนนโดยใช้การทดสอบก่อนเรียน หลังเรียน และทดสอบความคงทนในการเรียน นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาพีชคณิตหลังทดสอบสูงกว่าก่อนทดลอง การใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA และการสอนแบบปกติช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงขึ้นเช่นเดียวกัน นอกจากนี้งานวิจัยพบว่าทั้งเด็กปกติและเด็กพิเศษสามารถเรียนรู้การแก้ปัญหาพีชคณิตได้

3.5 Butler et al. (2003: 99 อ้างถึงใน นุตริยา จิตตารมย์, 2548) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบโมนทัศน์เรื่องเศษส่วนของนักเรียนเกรด 6, 7 และ 8 ที่มีความบกพร่องทางการเรียน โดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Representational) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CRA ตามลำดับ และใช้สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Representational) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร RA ตามลำดับ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 6, 7 และ 8 ที่มีความบกพร่องทางการเรียน อายุระหว่าง 11-15 ปี

จำนวน 50 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA จำนวน 26 คน และกลุ่มที่ได้รับการสอน โดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ RA จำนวน 24 คน กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มได้รับการสอนเนื้อหาเรื่องเศษส่วนทั้งหมด 10 บท โดยทั้งสองกลุ่มมีการจัดการเรียนการสอนแตกต่างกันในเนื้อหาบทที่ 1-3 กลุ่มที่ได้รับการสอน โดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริงในการเรียนการสอน ส่วนกลุ่มที่ได้รับการสอน โดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ RA ใช้การวาดรูปภาพในการแสดงความหมาย ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มทำคะแนนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอน โดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA มีคะแนนเฉลี่ยสูงนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ RA อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

จากการได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริงและสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม หรือการสอนแบบ CSA เป็นการสอนที่เป็นไปตามลำดับขั้น สอนให้นักเรียนเรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรม สู่กึ่งรูปธรรมและนามธรรม ซึ่งสามารถช่วยให้นักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ เกิดการเรียนรู้ได้โดยง่าย ส่งผลให้สามารถพัฒนาการเรียนได้ดีและมีผลการเรียนสูงขึ้น

